

緩和+分解+調整による 分散協調問題解決

神戸大学大学院海事科学研究科

平山 勝敏

目次

- 分散協調問題解決
- 分散最適化
- 分散制約最適化問題
- 一般化相互割当問題
- アルゴリズムの分類
- 緩和・分解・調整法
- 緩和・分解・調整法の適用例
- まとめ

分散協調問題解決

- 分散**協調**問題解決
 - 複数の問題解決器(処理ノード／エージェント)が協力してある一つの問題を解こうとする問題解決のモデル ~【人工知能学事典】より
- 基本的な動機
 - 効率追求論: 問題が大きすぎるため1エージェントで解くのは効率が悪い。
 - 分散ありき論: 何らかの理由(プライバシーやセキュリティ、サーバー管理の手間など)で、問題を1箇所に集めて解くことができない。

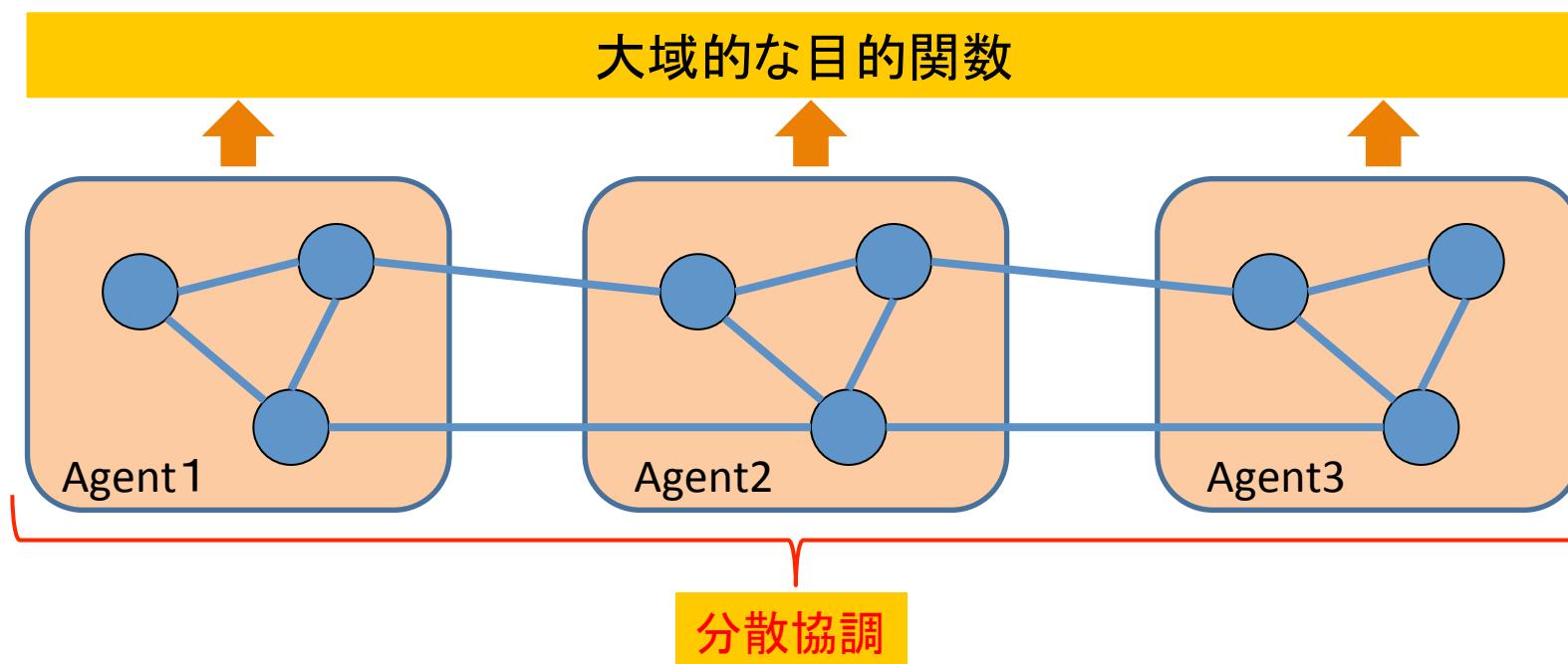


分散協調問題解決

- 分散協調問題解決のための基本的な枠組み
 - 黒板モデル
 - 分散探索
 - 分散プランニング
 - 交渉プロトコル
 - 分散制約充足
 - **分散最適化**

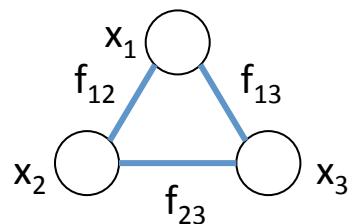
分散最適化

- 分散最適化問題
 - 分散された変数集合(値域は有限で離散的とする)
 - 分散された制約集合
 - 大域的な目的関数



分散制約最適化問題(COP)

- 構成要素
 - 変数集合、値域集合、効用関数集合
- 目的
 - 効用の総和を最大にするような変数集合への値の割当てを求める。

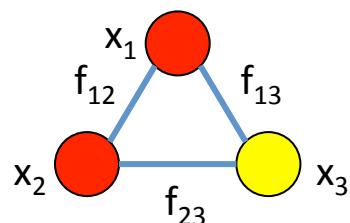


		効用関数 f_{ij}	
		j	red yellow
i	red	1	2
yellow	red	2	0

x1	x2	x3	Total Utility
r	r	r	3
r	r	y	5
r	y	r	5
r	y	y	4
y	r	r	5
y	r	y	4
y	y	r	4
y	y	y	0

分散制約最適化問題(COP)

- 構成要素
 - 変数集合、値域集合、効用関数集合
- 目的
 - 効用の総和を最大にするような変数集合への値の割当てを求める。

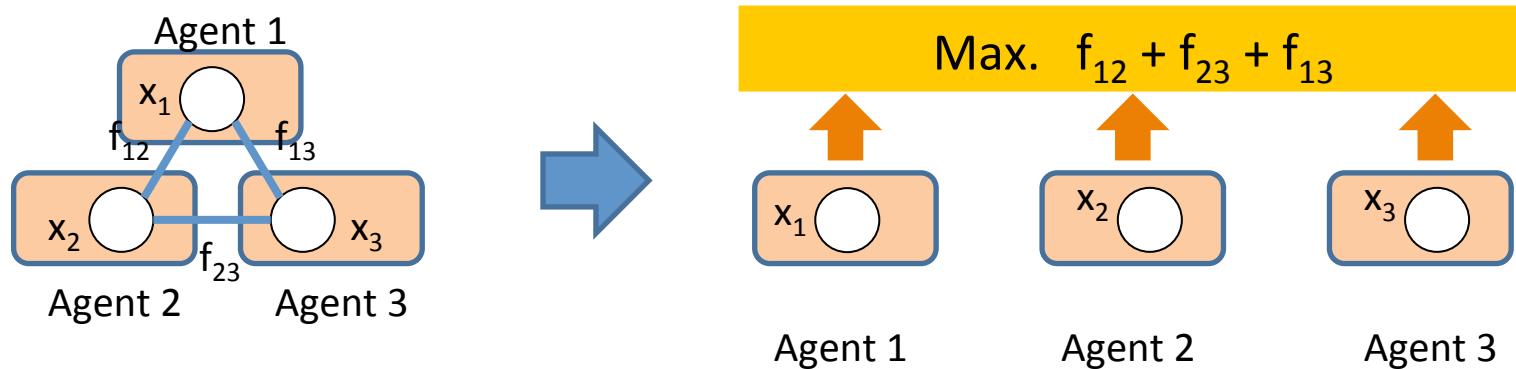


		効用関数 f_{ij}	
		j	red yellow
i	red	1	2
yellow	red	2	0

x1	x2	x3	Total Utility
r	r	r	3
r	r	y	5
r	y	r	5
r	y	y	4
y	r	r	5
y	r	y	4
y	y	r	4
y	y	y	0

分散制約最適化問題(DCOP)

- 初出文献: [Modi, et.al., 03][Modi, et.al., 05]
- 変数と効用関数が複数のエージェントに分散された制約最適化問題
- 可能な応用例
 - センサーネットワーク
 - 会議スケジューリング



一般化相互割当問題

- 組合せ最適化問題
 - NP困難, 実行可能性の判定もNP完全
 - 等式制約, 不等式制約を含む整数計画問題

目的:

効用和が最大となる財の割当てを求める.

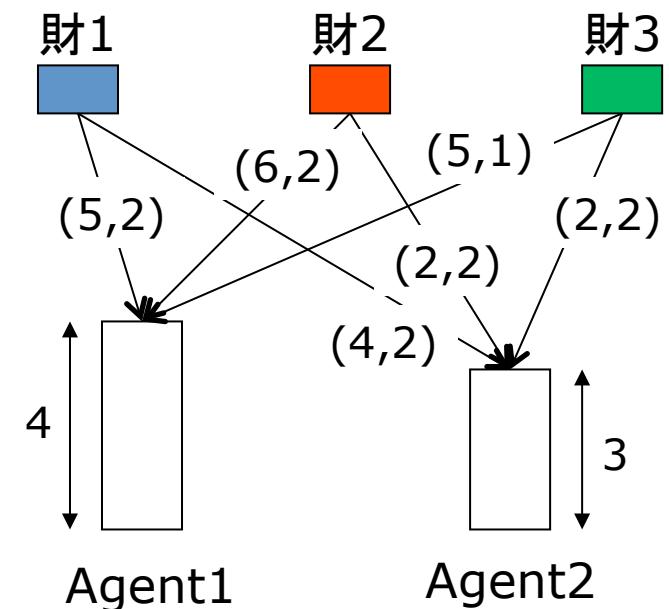
割当制約:

各財は1エージェントにのみ割り当てられる.

ナップサック制約:

各エージェントの資源消費量の総和は
利用可能な資源容量を超えない.

(効用, 資源消費量)



一般化相互割当問題

- ・組合せ最適化問題
 - NP困難, 実行可能性の判定もNP完全
 - 等式制約, 不等式制約を含む整数計画問題

目的:

効用和が最大となる財の割当てを求める.

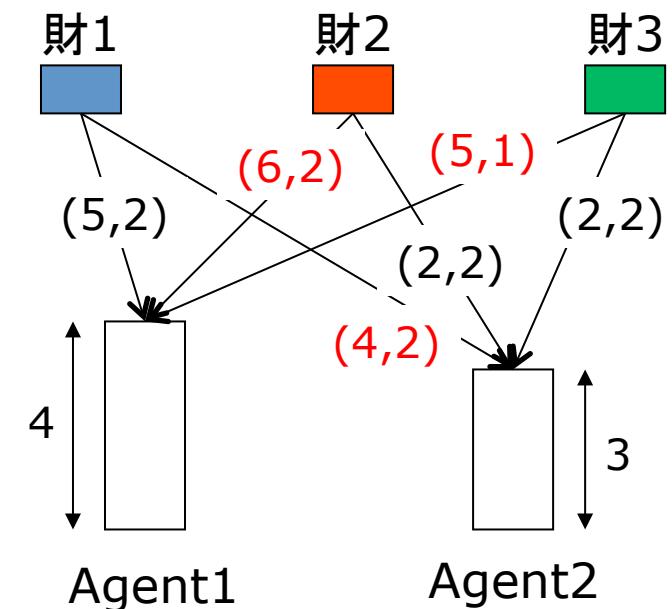
割当制約:

各財は1エージェントにのみ割り当てられる.

ナップサック制約:

各エージェントの資源消費量の総和は
利用可能な資源容量を超えない.

(効用, 資源消費量)



一般化相互割当問題

- 組合せ最適化問題
 - NP困難, 実行可能性の判定もNP完全
 - 等式制約, 不等式制約を含む整数計画問題

目的:

効用和が最大となる財の割当てを求める.

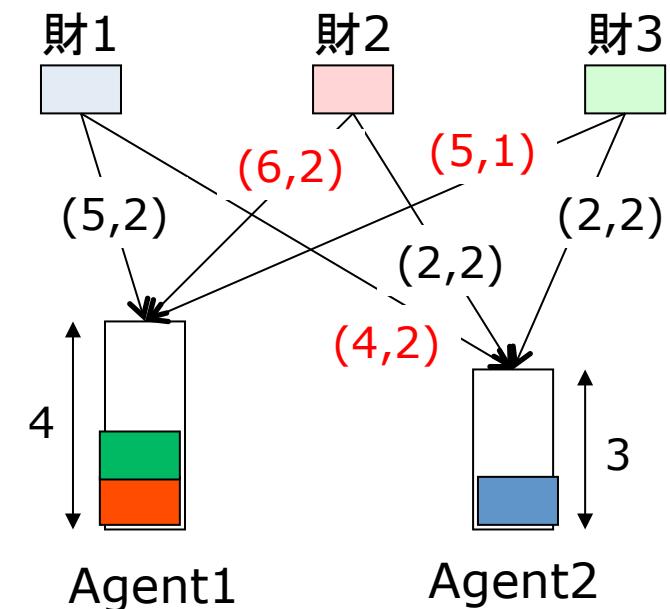
割当制約:

各財は1エージェントにのみ割り当てられる.

ナップサック制約:

各エージェントの資源消費量の総和は
利用可能な資源容量を超えない.

(効用, 資源消費量)



一般化相互割当問題(GMAP)

- 初出文献: [Hirayama, 06]
- 資源制約のある分散集合分割問題
- 可能な応用例:
 - 配送問題(vehicle routing problem)
 - 資源スケジューリング(resource scheduling problem)

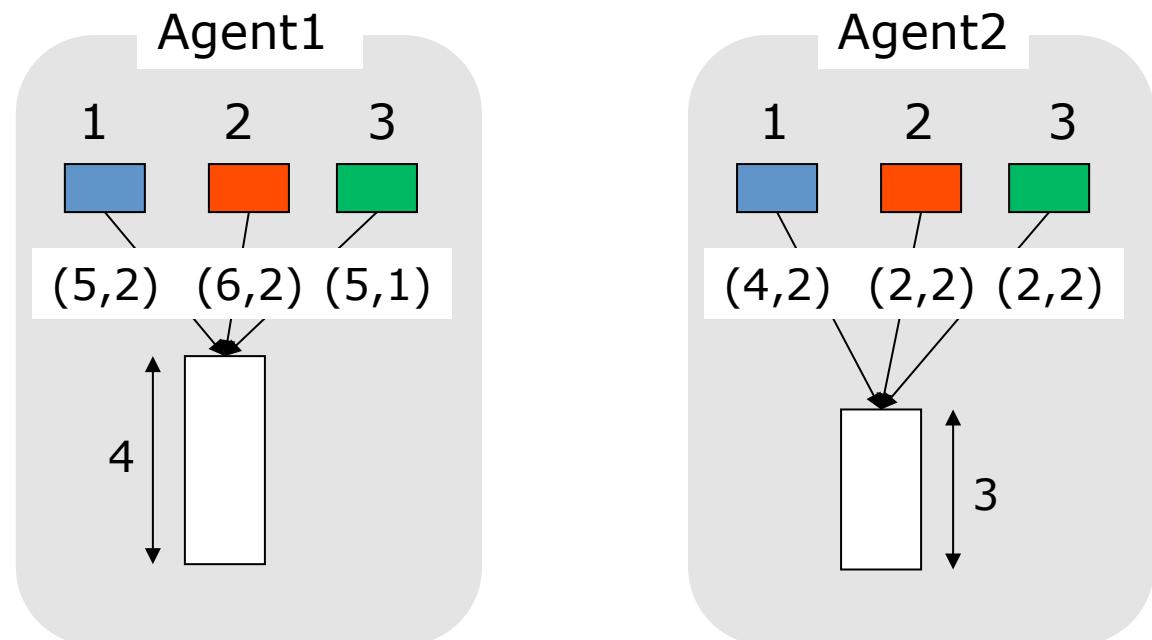
目的:

効用和が最大となる財の割当てを求める.

割当制約(エージェント間制約):
各財は1エージェントにのみ割り当てられる.

ナップサック制約(エージェント内制約):

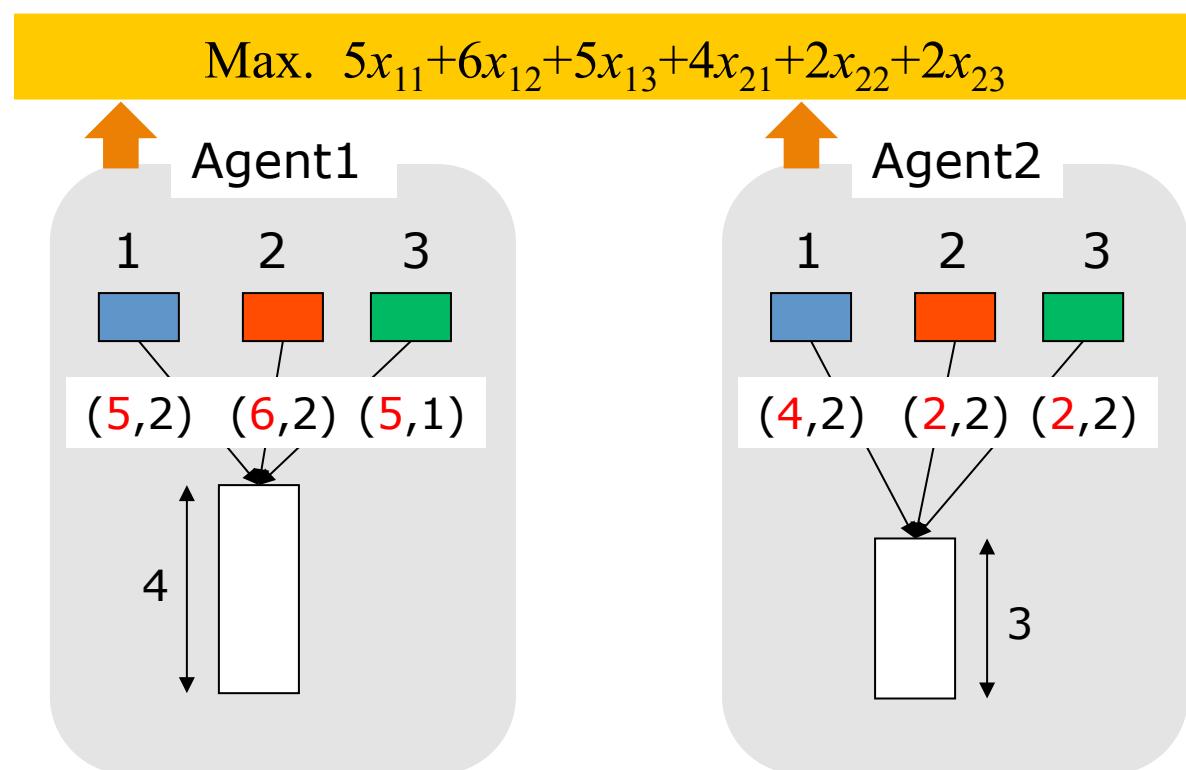
各エージェントの資源消費量の総和は利用可能な資源容量を超えない.



一般化相互割当問題(GMAP)

- 初出文献: [Hirayama, 06]
- 資源制約のある分散集合分割問題
- 可能な応用例:
 - 配送問題(vehicle routing problem)
 - 資源スケジューリング(resource scheduling problem)

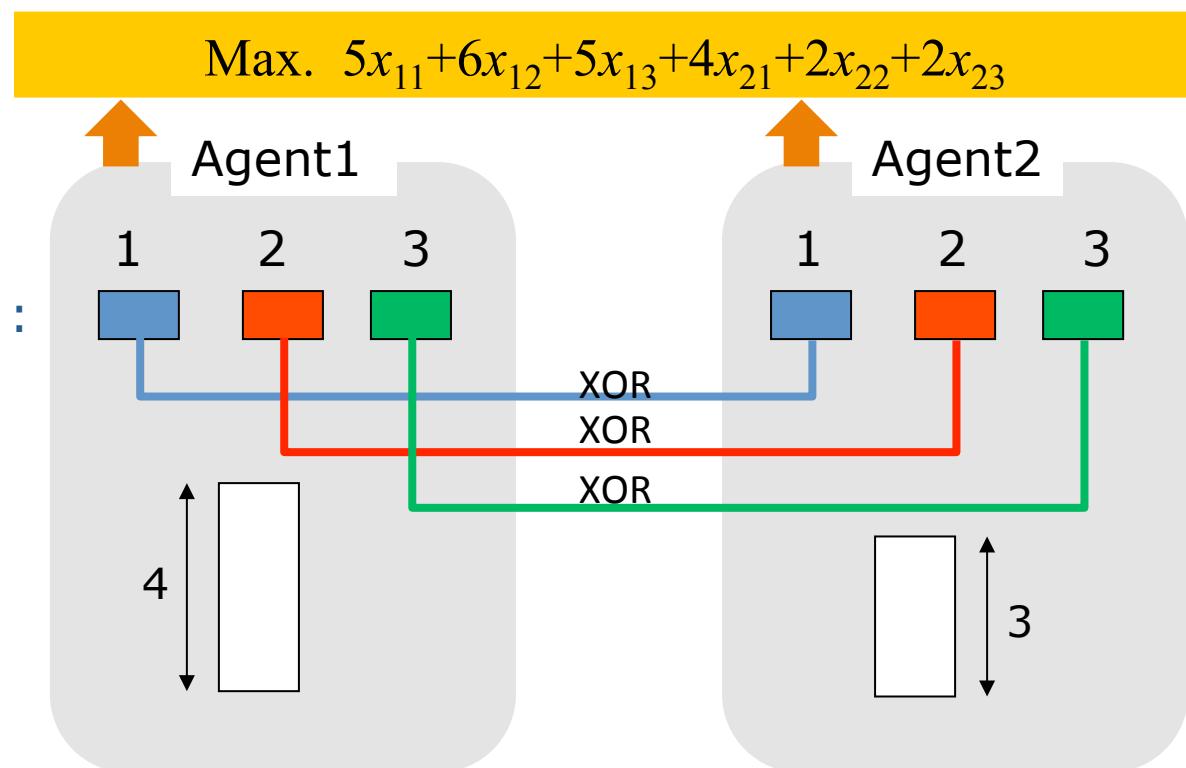
目的:
効用和が最大となる財の割当てを求める。



一般化相互割当問題(GMAP)

- [Hirayama, 06]
- 資源制約のある分散集合分割問題
- 可能な応用例:
 - 配送問題(vehicle routing problem)
 - 資源スケジューリング(resource scheduling problem)

割当制約(エージェント間制約):
各財は1エージェントにのみ
割り当てられる。



目次

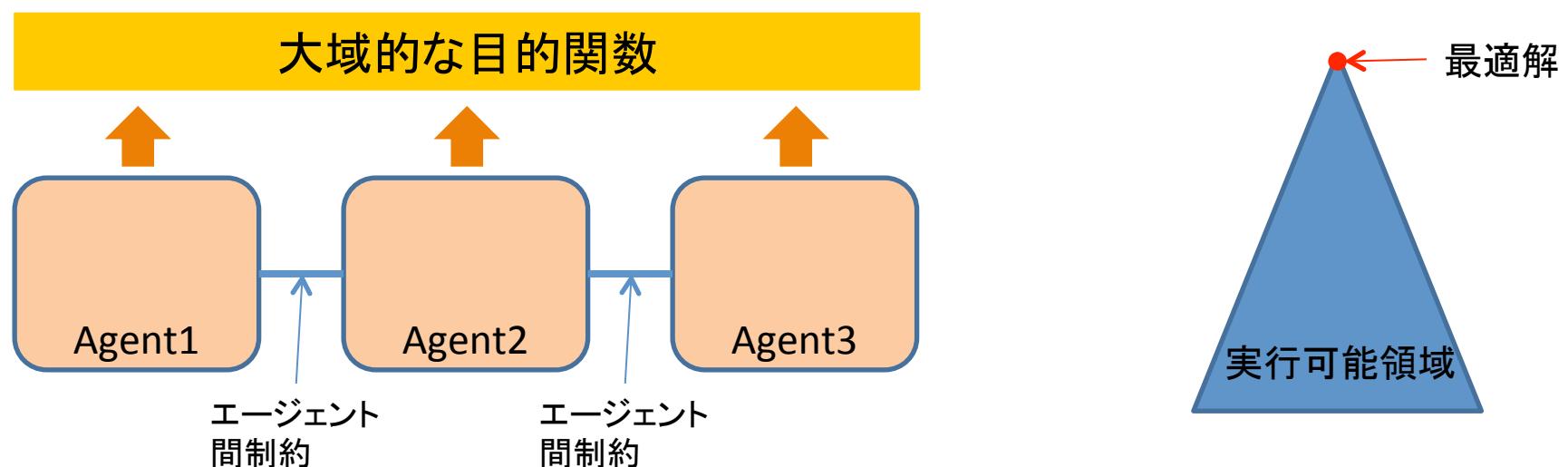
- 分散協調問題解決
- 分散最適化
- 分散制約最適化問題
- 一般化相互割当問題
- アルゴリズムの分類
- 緩和・分解・調整法
- 緩和・分解・調整法の適用例
- まとめ

アルゴリズムの分類

	DCOP	GMAP
分枝限定法	ADOPT [Modi, 03] BnB-ADOPT [Yeoh, 10]	
動的計画法	DPOP [Petcu, 05] Max-Sum [Rogers, 11]	
局所探索法	DSA [Fitzpatrick, 01] DALO [Kiekintveld, 10]	
緩和・分解・調整法	DaCSA [Vinyals, 10] EU-DaC [Vinyals, 10] DeQED [Hatano, 13]	DisLRP [Hirayama, 06; Hirayama, 07; Hirayama, 09; Hanada, 11]

緩和・分解・調整法

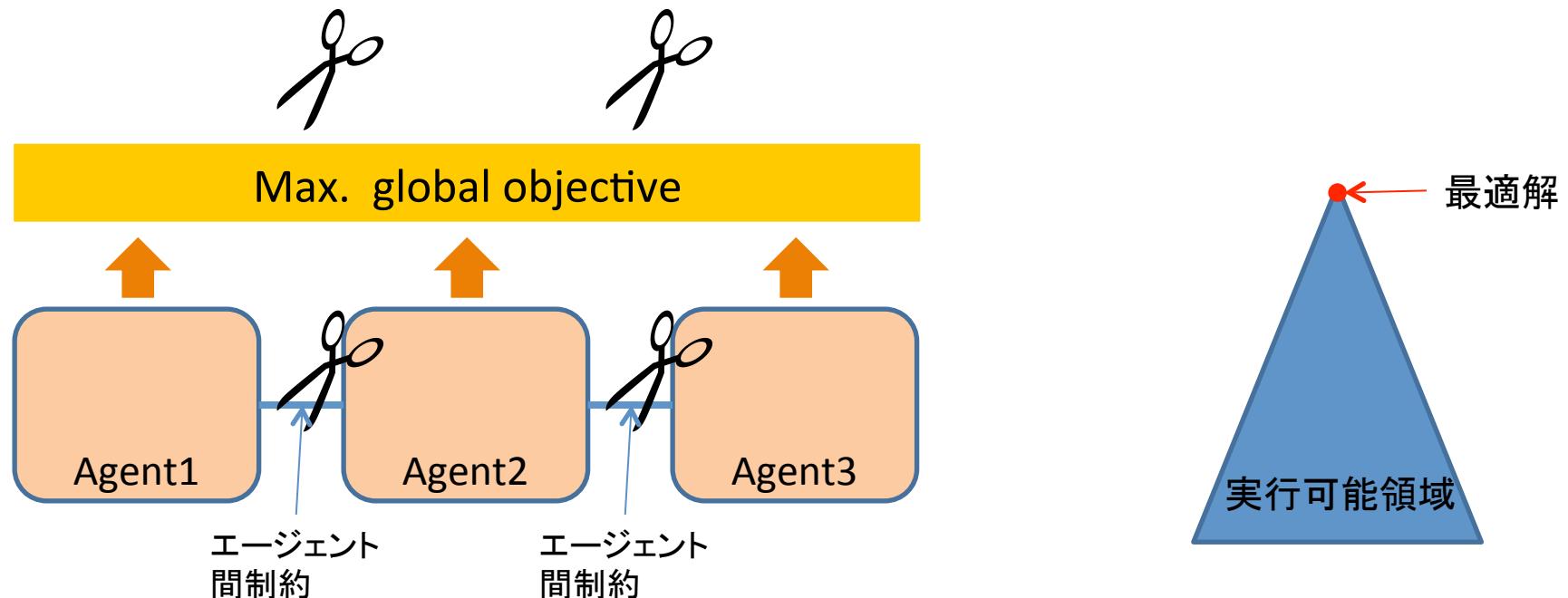
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

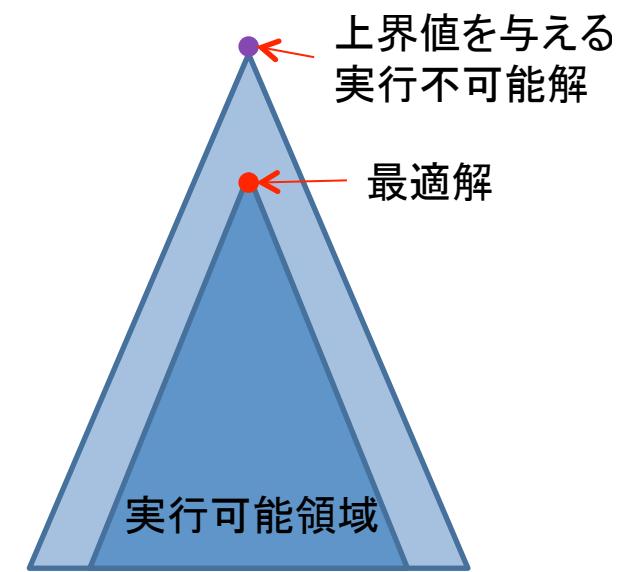
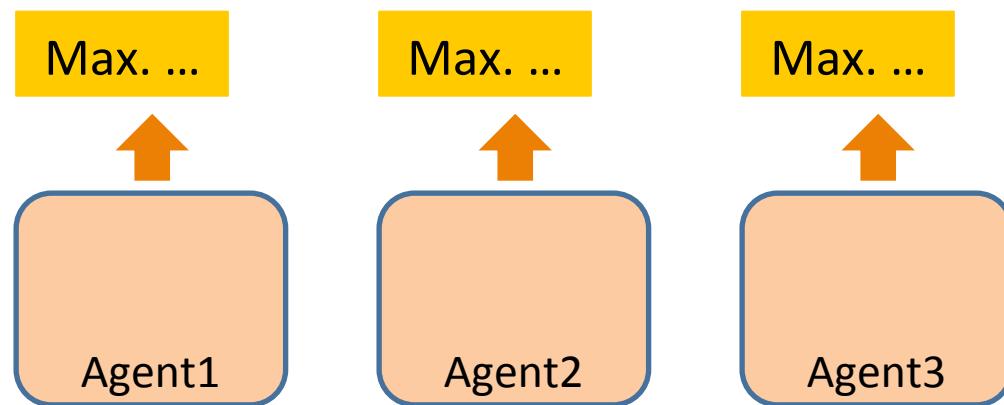
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

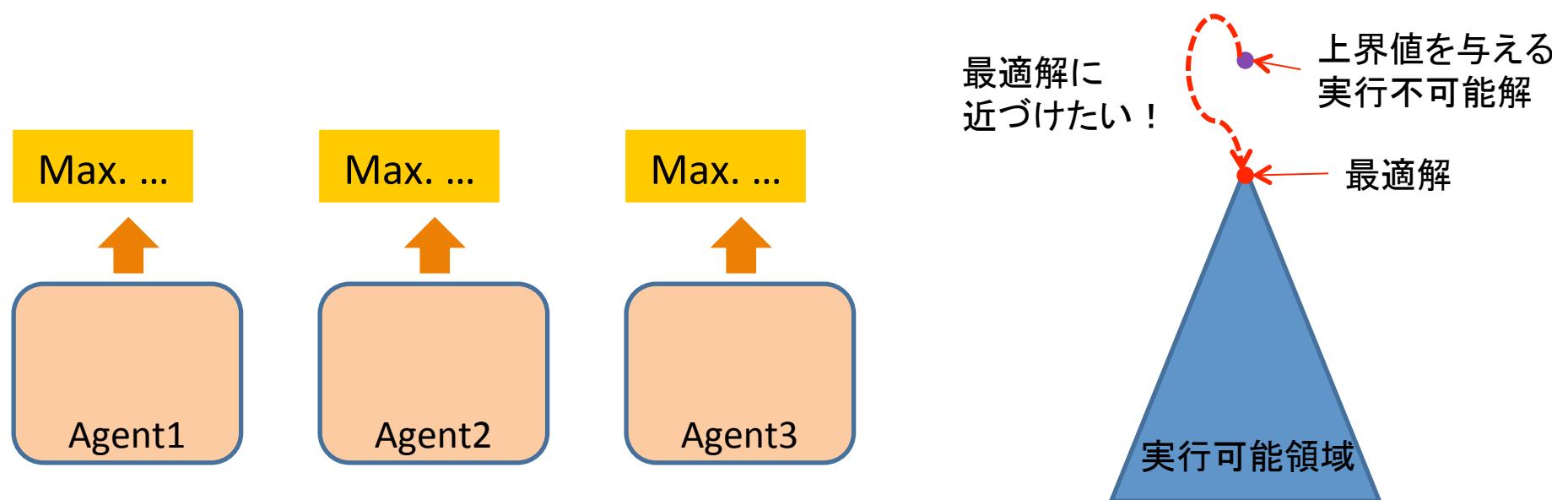
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

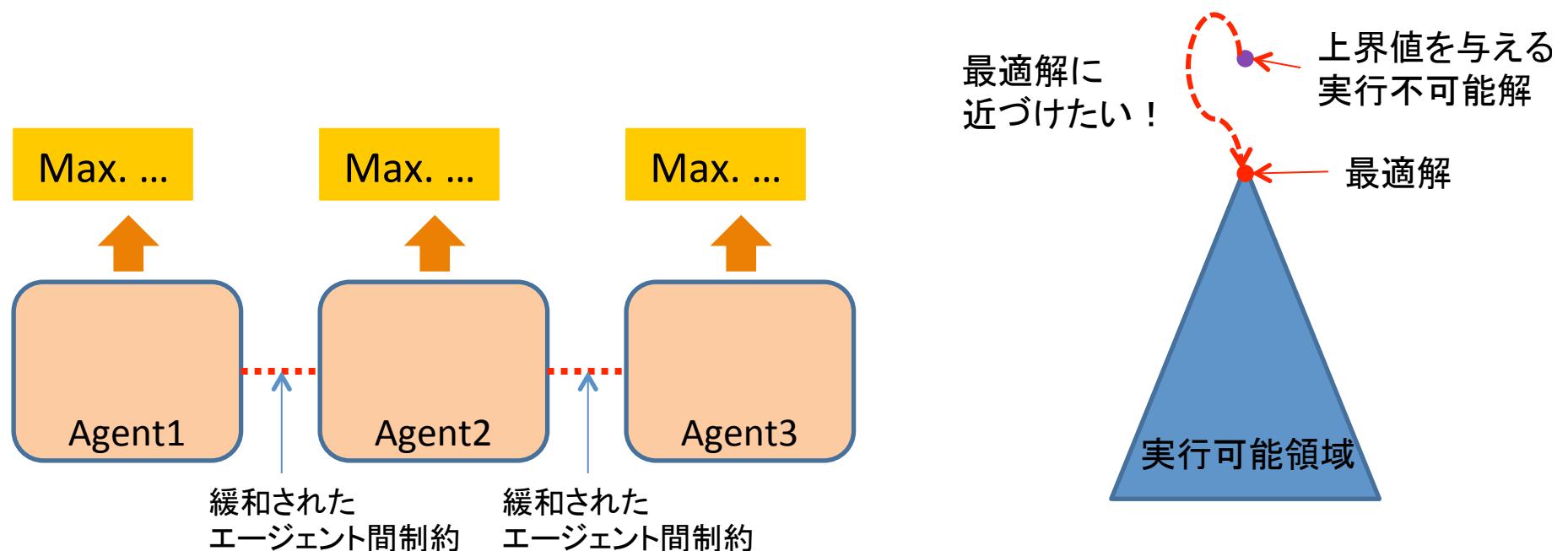
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

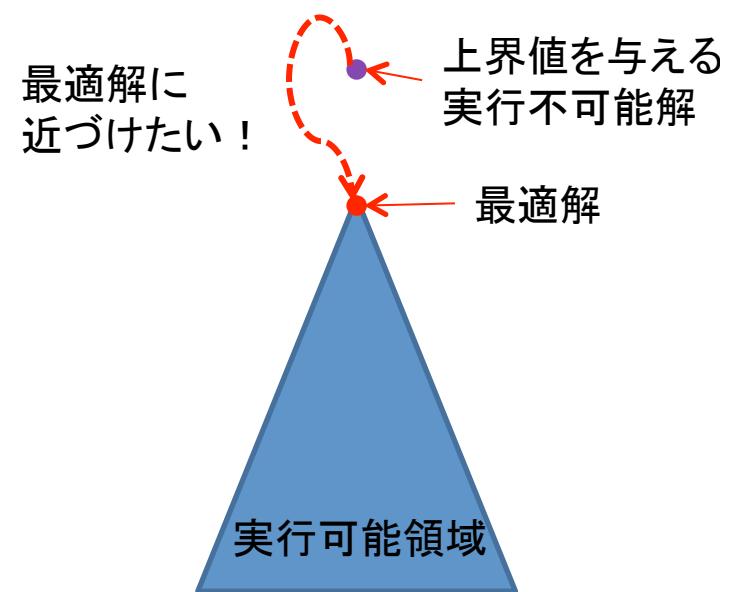
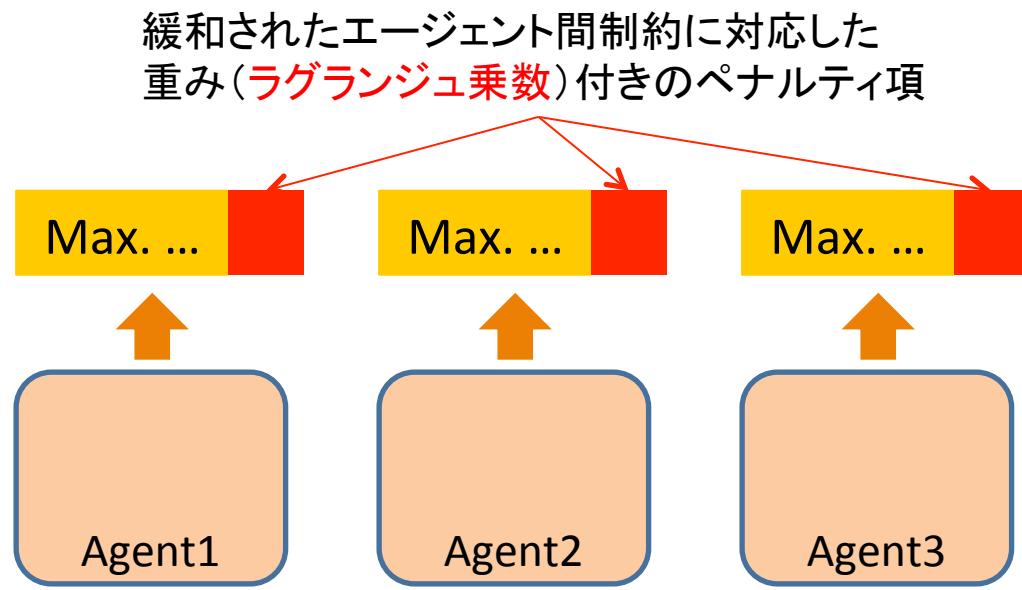
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

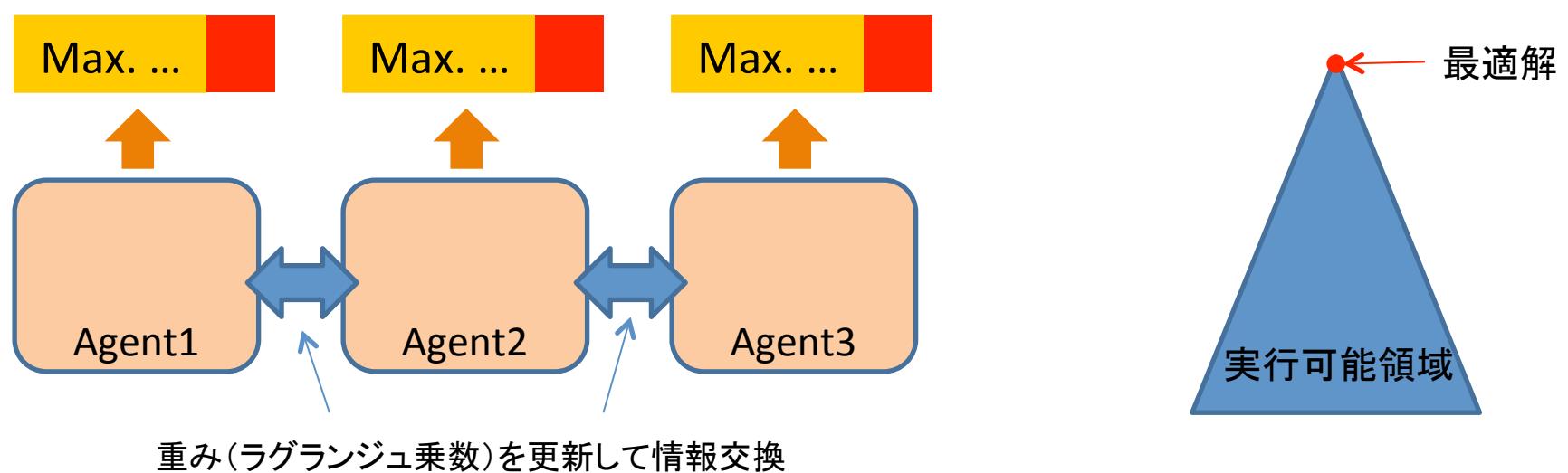
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

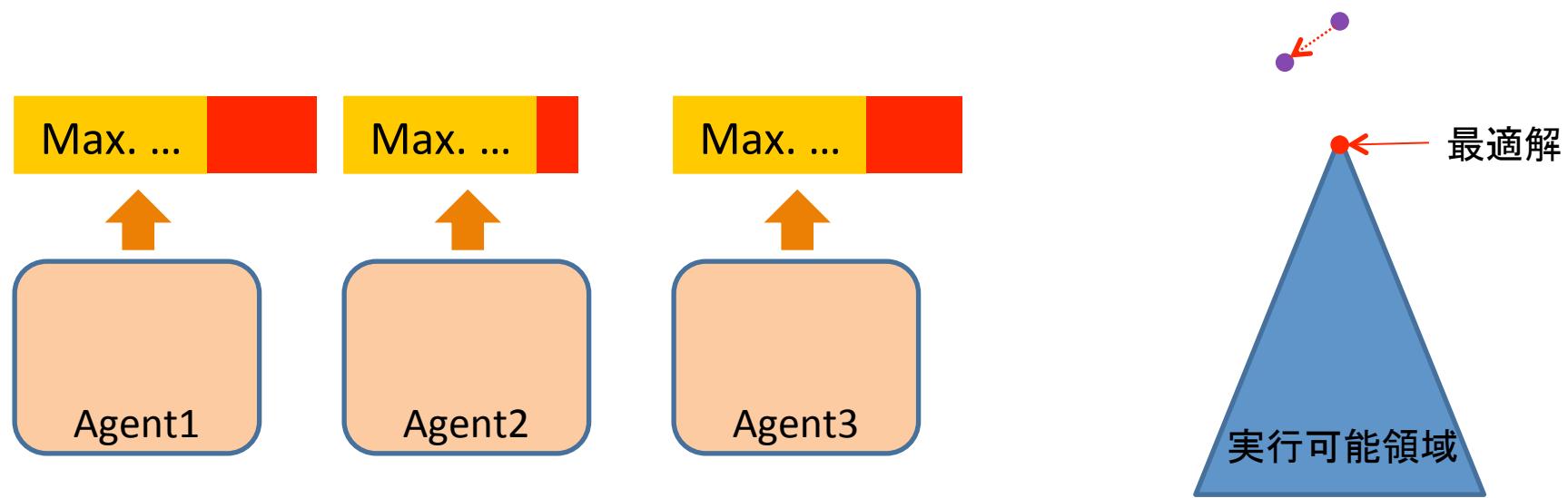
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

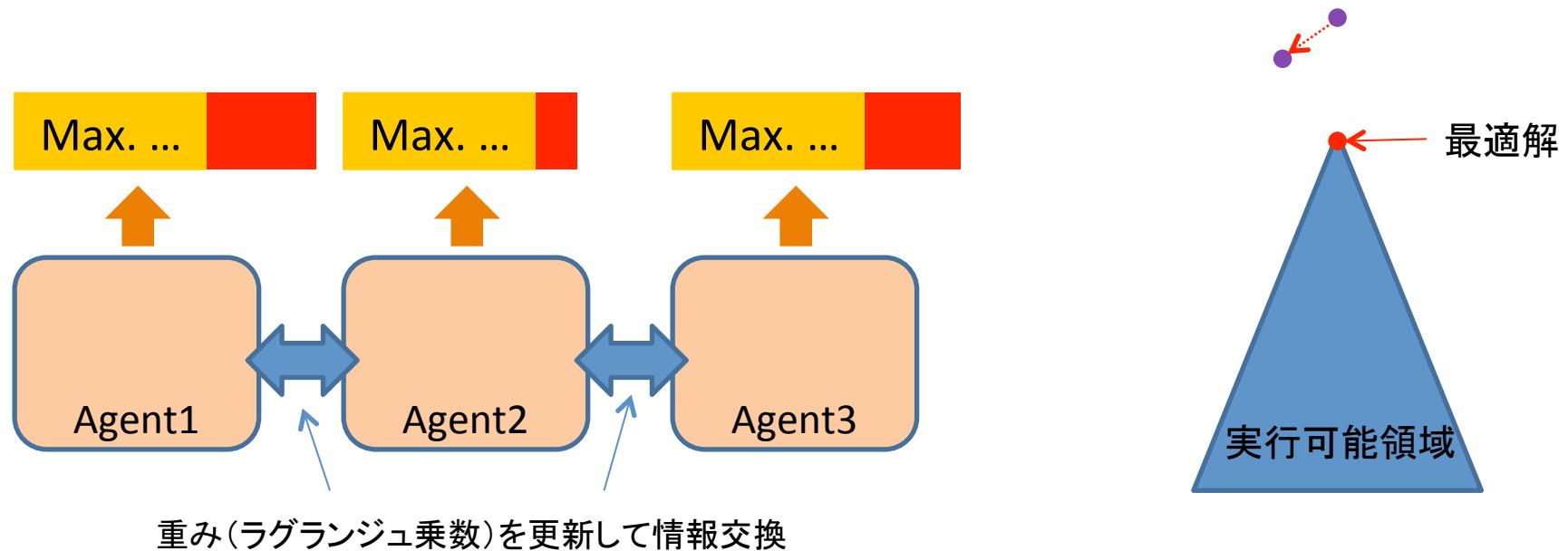
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

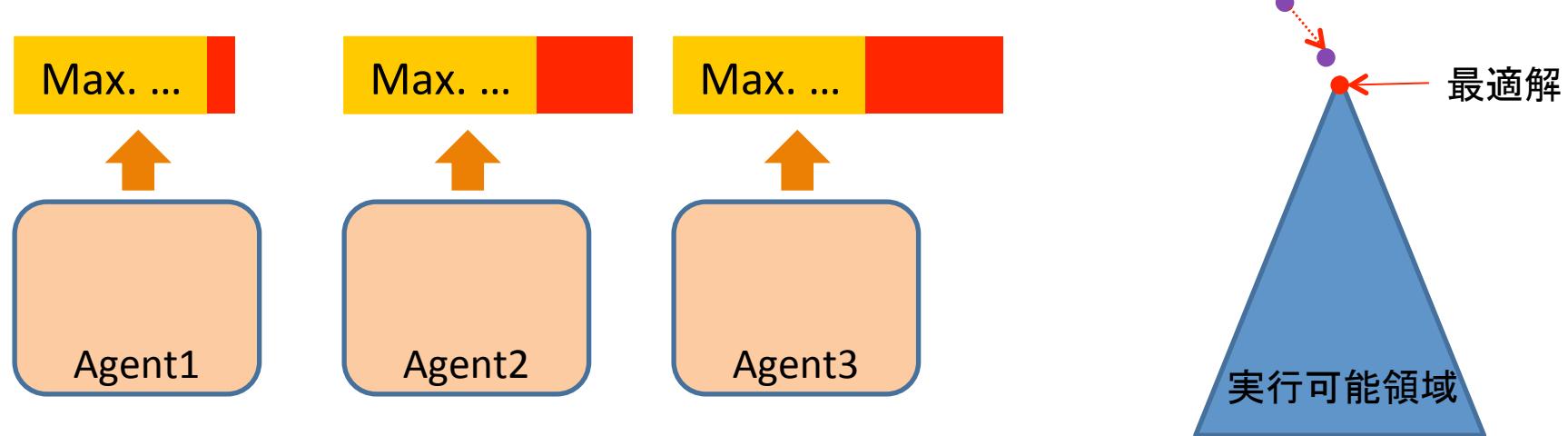
- 直感的なイメージ



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

- 直感的なイメージ

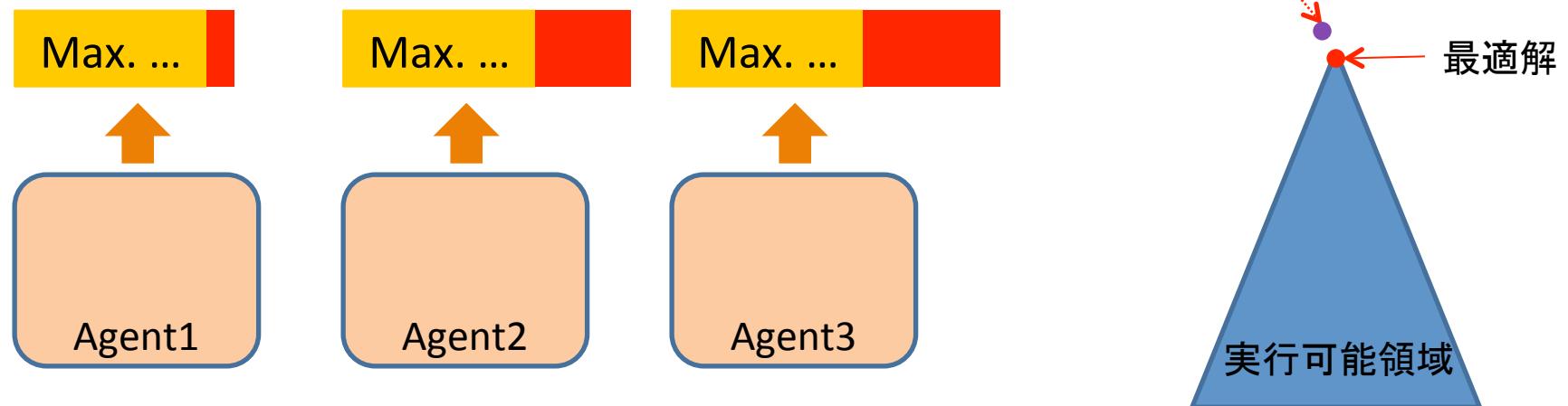


注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

- 直感的なイメージ

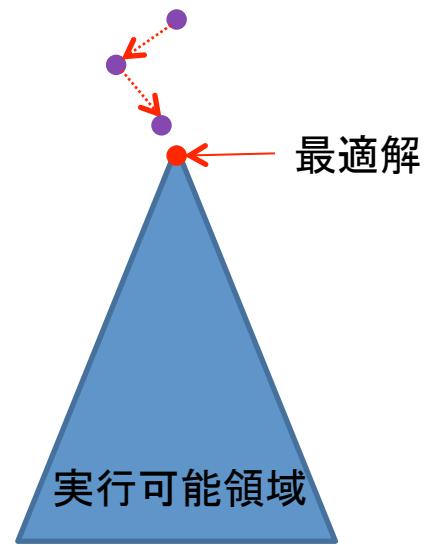
ペナルティ項の重み(ラグランジュ乗数)の値を変化させて最小の上界値を求める。
(ラグランジュ双対問題)



注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法

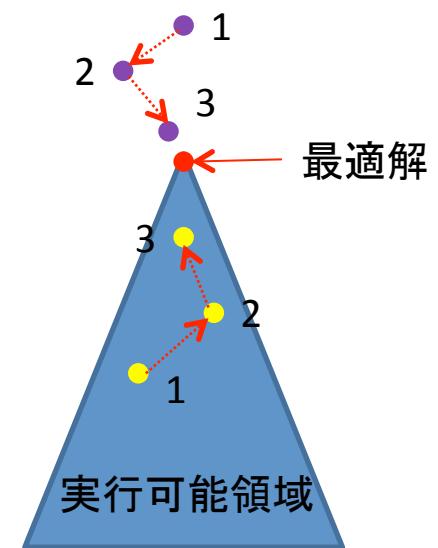
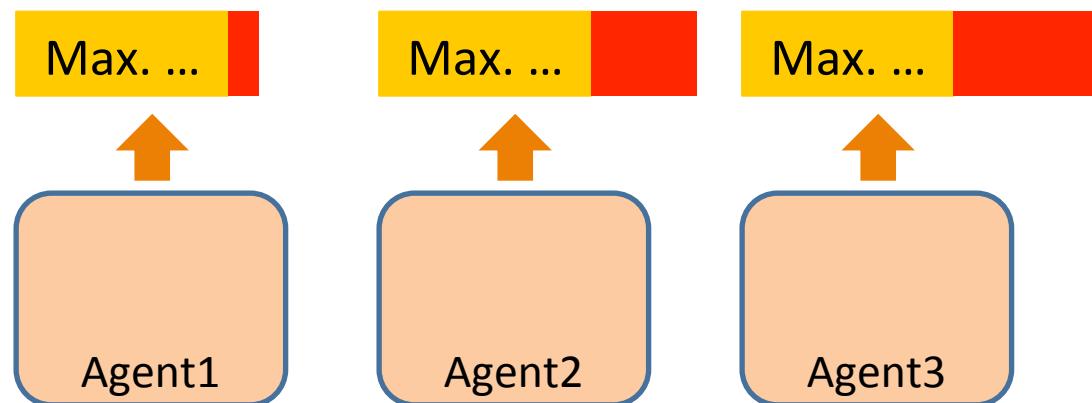
- ラグランジュ双対問題の代表的解法
 - 劣勾配最適化法
 - 単純な降下法であり計算コストは小さい
 - 分散環境との親和性が高い
 - 最適解(最小の上界値を与える解)に収束する保証はない
 - 切除平面法
 - 線形計画問題を解く必要がある
 - 最適解に収束する
 - バンドル法
 - 2次計画問題を解く必要がある
 - 最適解に収束する



緩和・分解・調整法

- 直感的なイメージ

問題によっては、各上界値に対応して実行可能解(下界値)が得られる場合がある(ラグランジュヒューリスティックス)



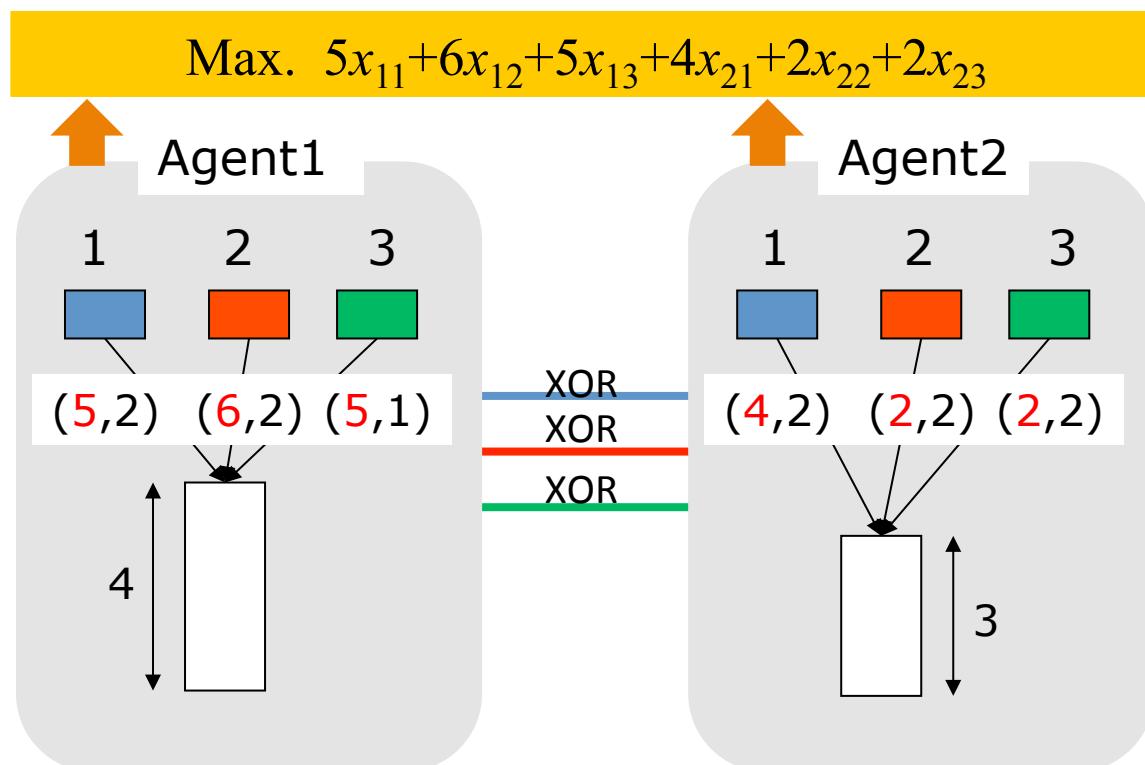
注) 目的関数は加法的かつエージェントごとに分解可能と仮定する

緩和・分解・調整法の適用例

	DCOP	GMAP
分枝限定法	ADOPT [Modi, 03] BnB-ADOPT [Yeoh, 10]	
動的計画法	DPOP [Petcu, 05] Max-Sum [Rogers, 11]	
局所探索法	DSA [Fitzpatrick, 01] DALO [Kiekintveld, 10]	
緩和・分解・調整法	DaCSA [Vinyals, 10] EU-DaC [Vinyals, 10] DeQED [Hatano, 13]	DisLRP [Hirayama, 06; Hirayama, 07; Hirayama, 09; Hanada, 11]

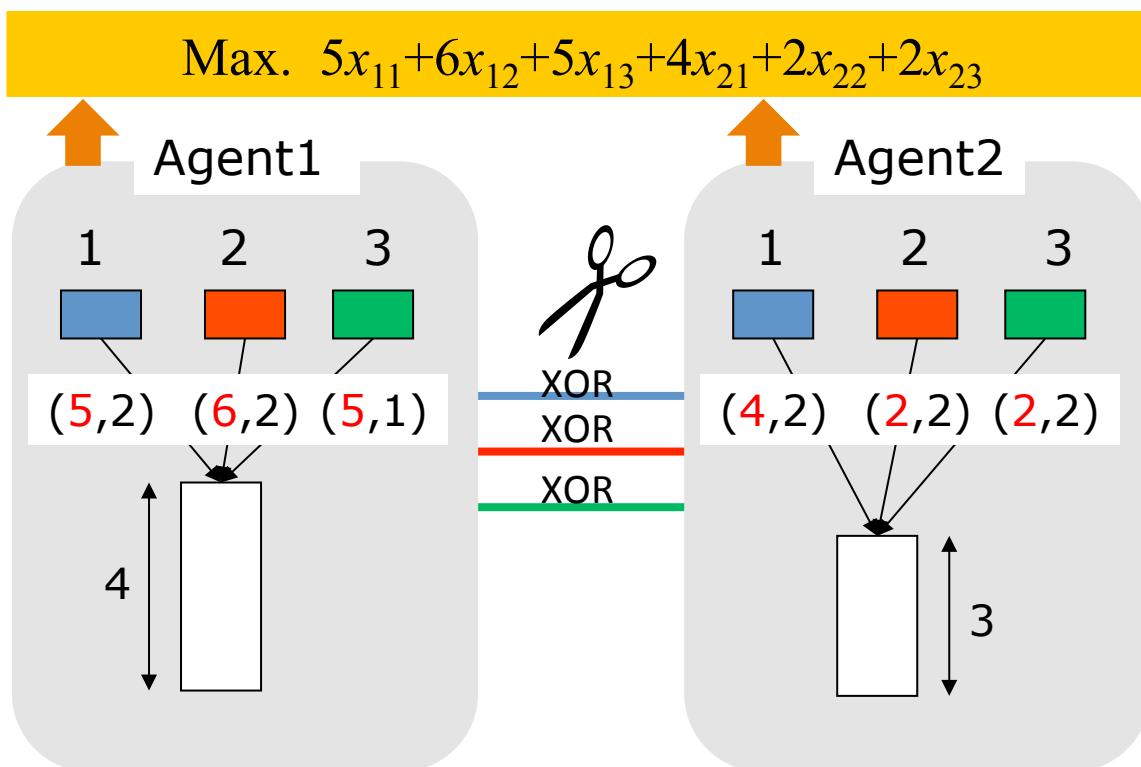
緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP



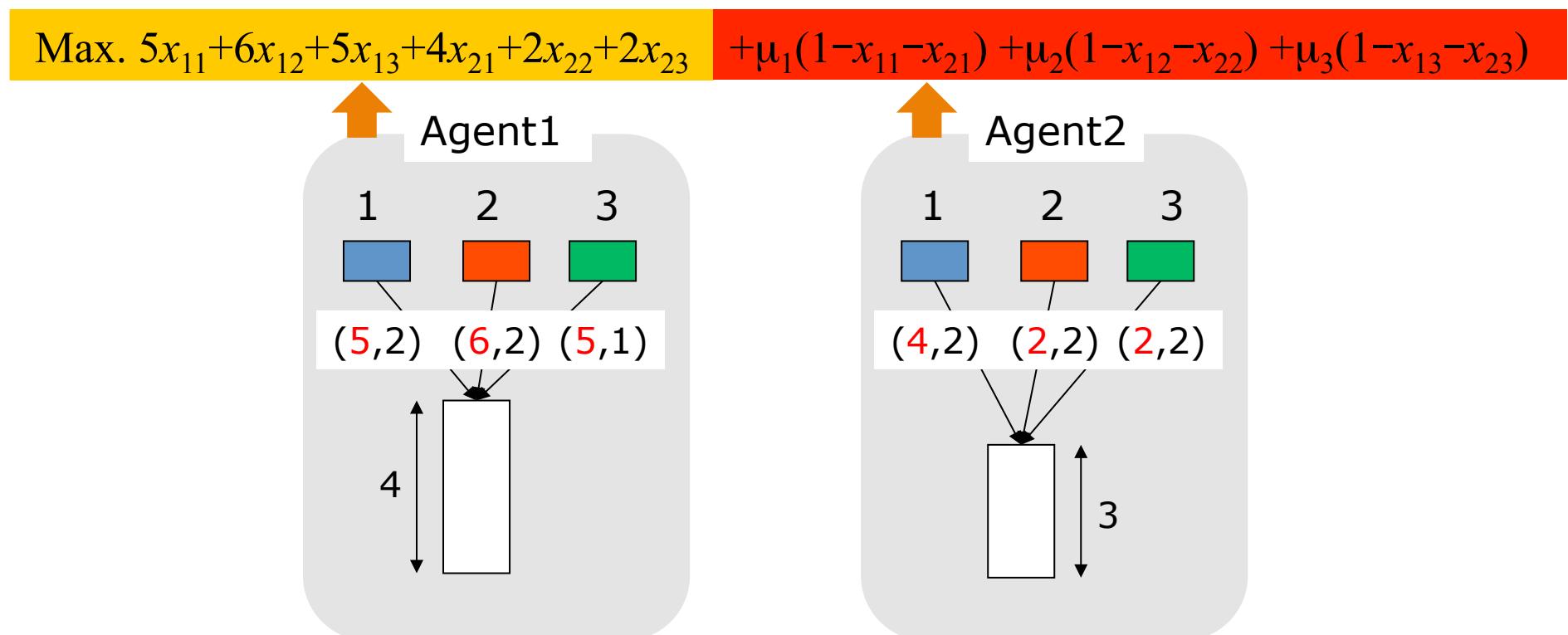
緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP



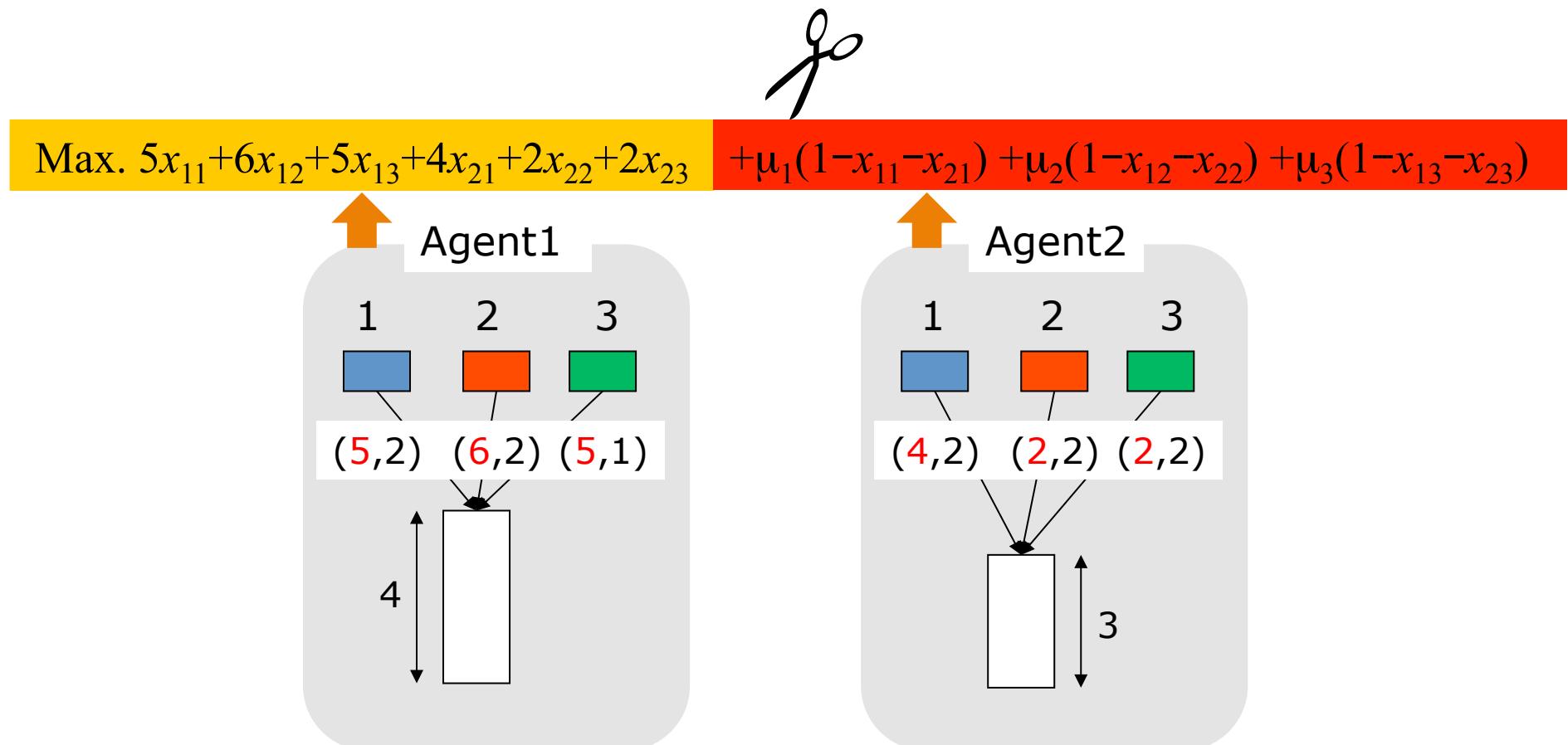
緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP



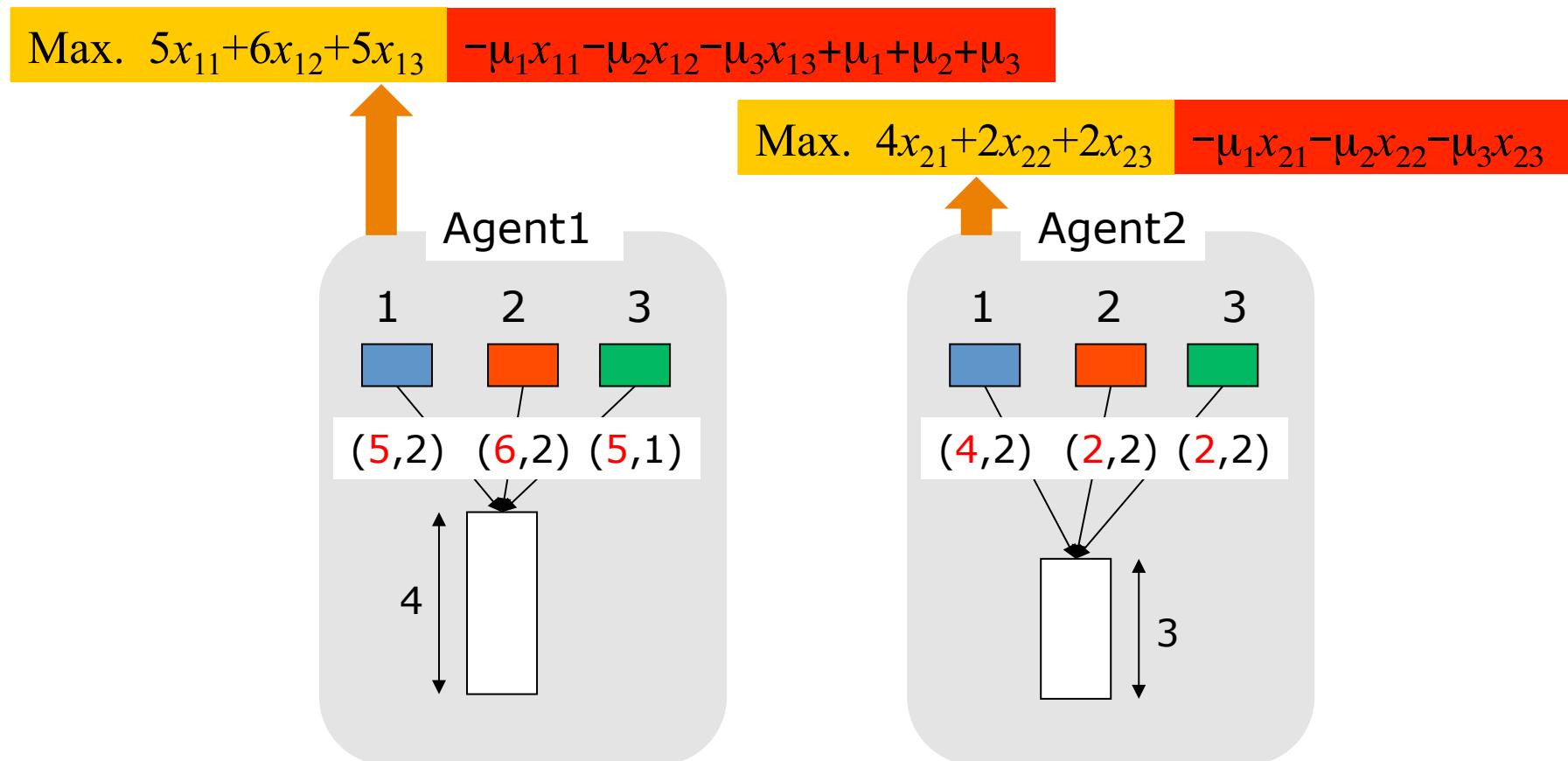
緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP



緩和・分解・調整法の適用例

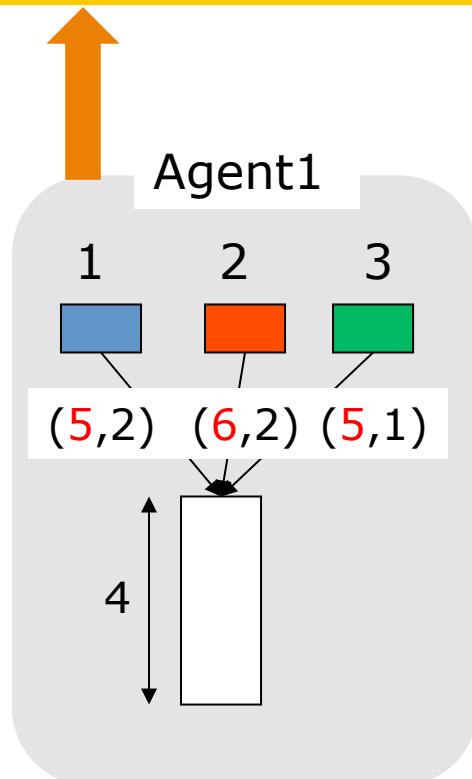
- DisLRP for GMAP



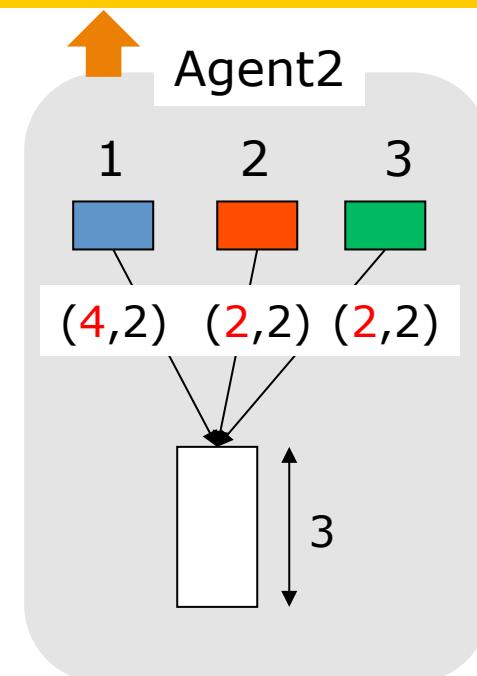
緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP

$$\text{Max. } (5-\mu_1)x_{11} + (6-\mu_2)x_{12} + (5-\mu_3)x_{13} + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$$

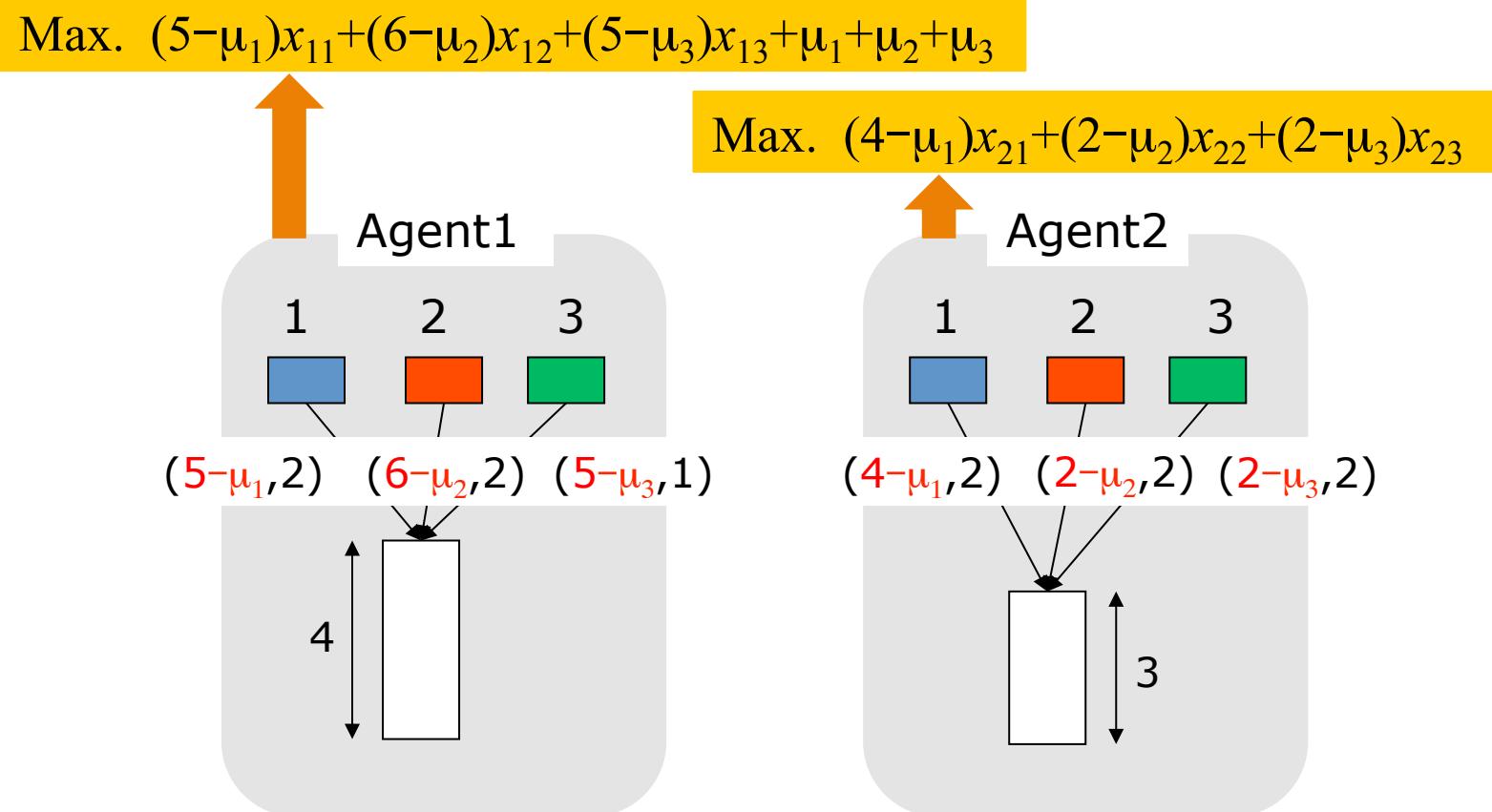


$$\text{Max. } (4-\mu_1)x_{21} + (2-\mu_2)x_{22} + (2-\mu_3)x_{23}$$



緩和・分解・調整法の適用例

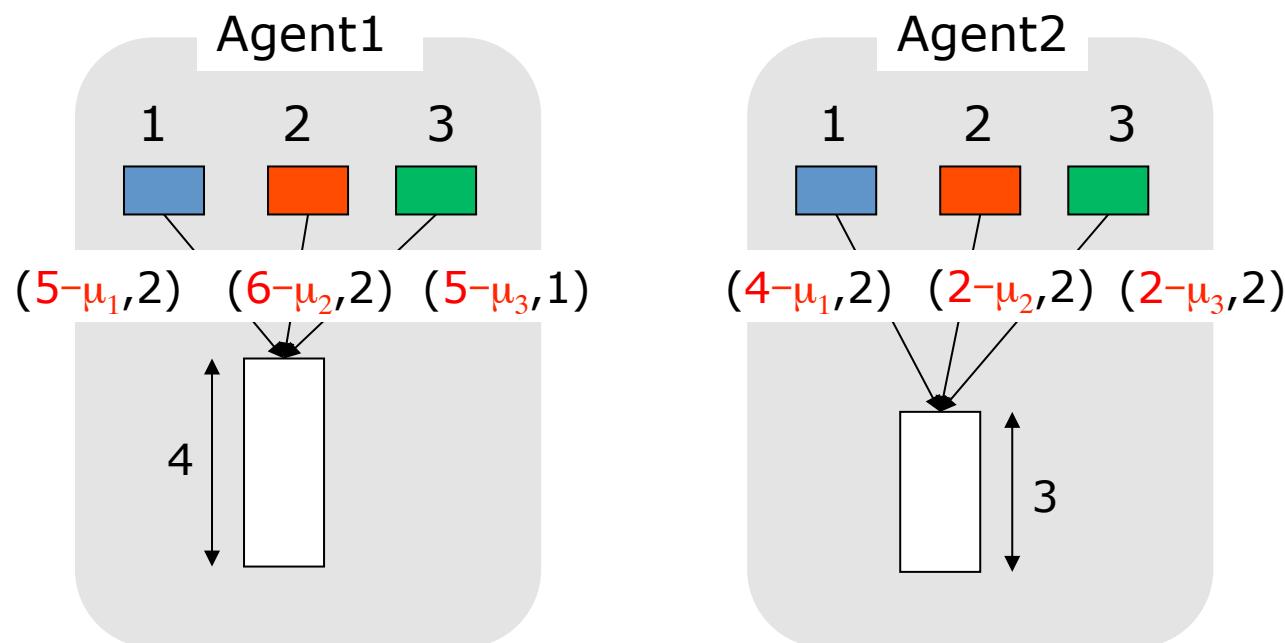
- DisLRP for GMAP



緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP

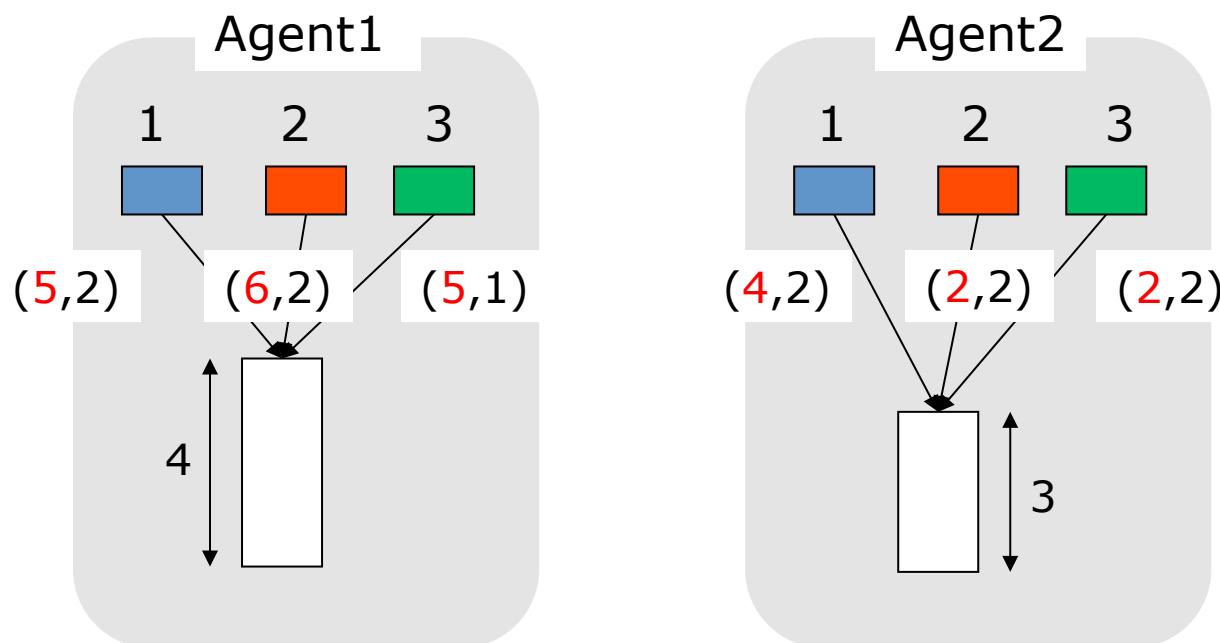
Round 1: $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (0,0,0)$



緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP

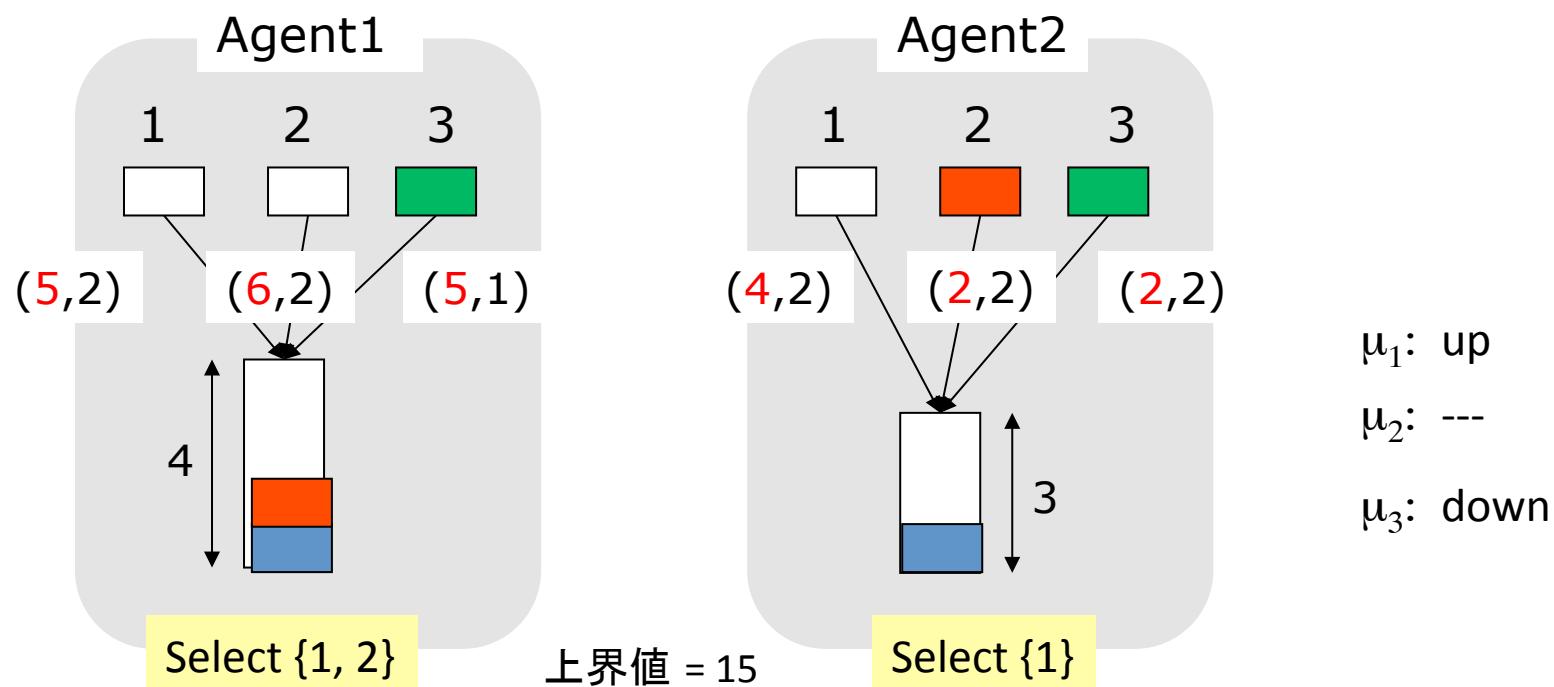
Round 1: $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (0,0,0)$



緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP

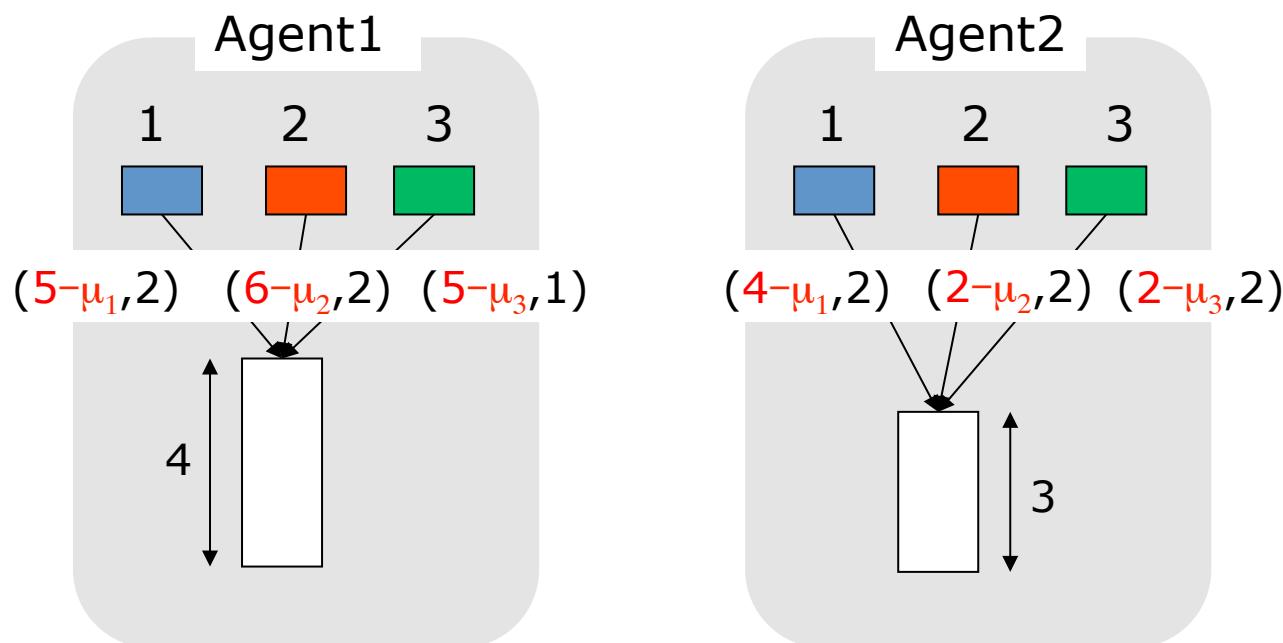
Round 1: $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (0,0,0)$



緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP

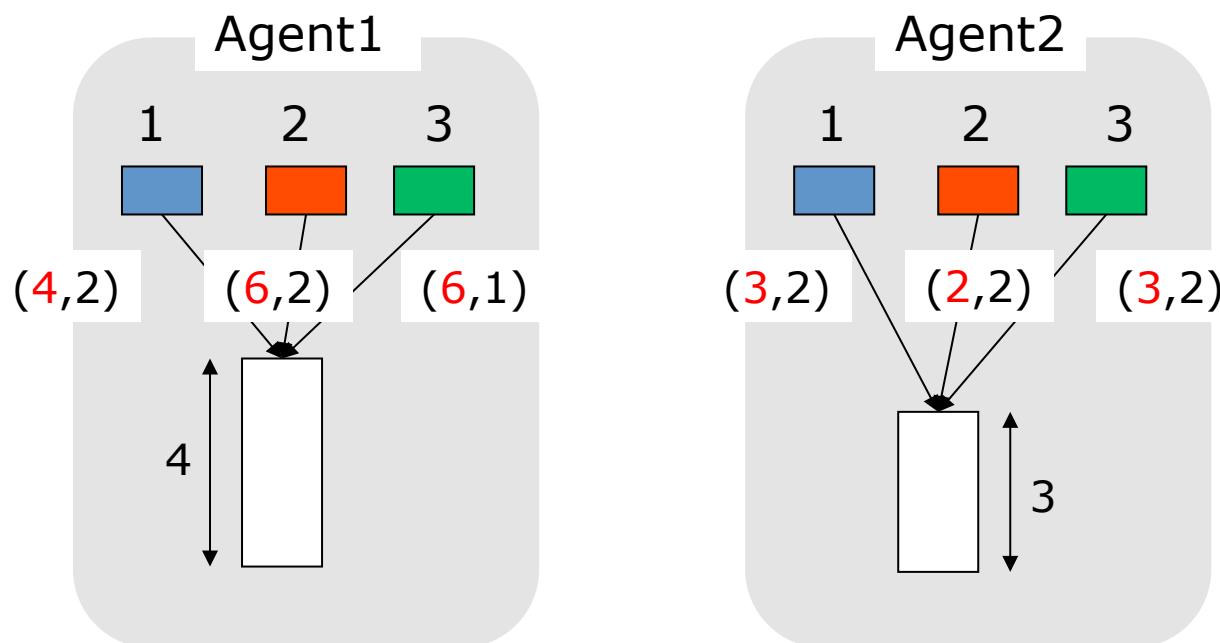
Round 2: $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 0, -1)$



緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP

Round 2: $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 0, -1)$



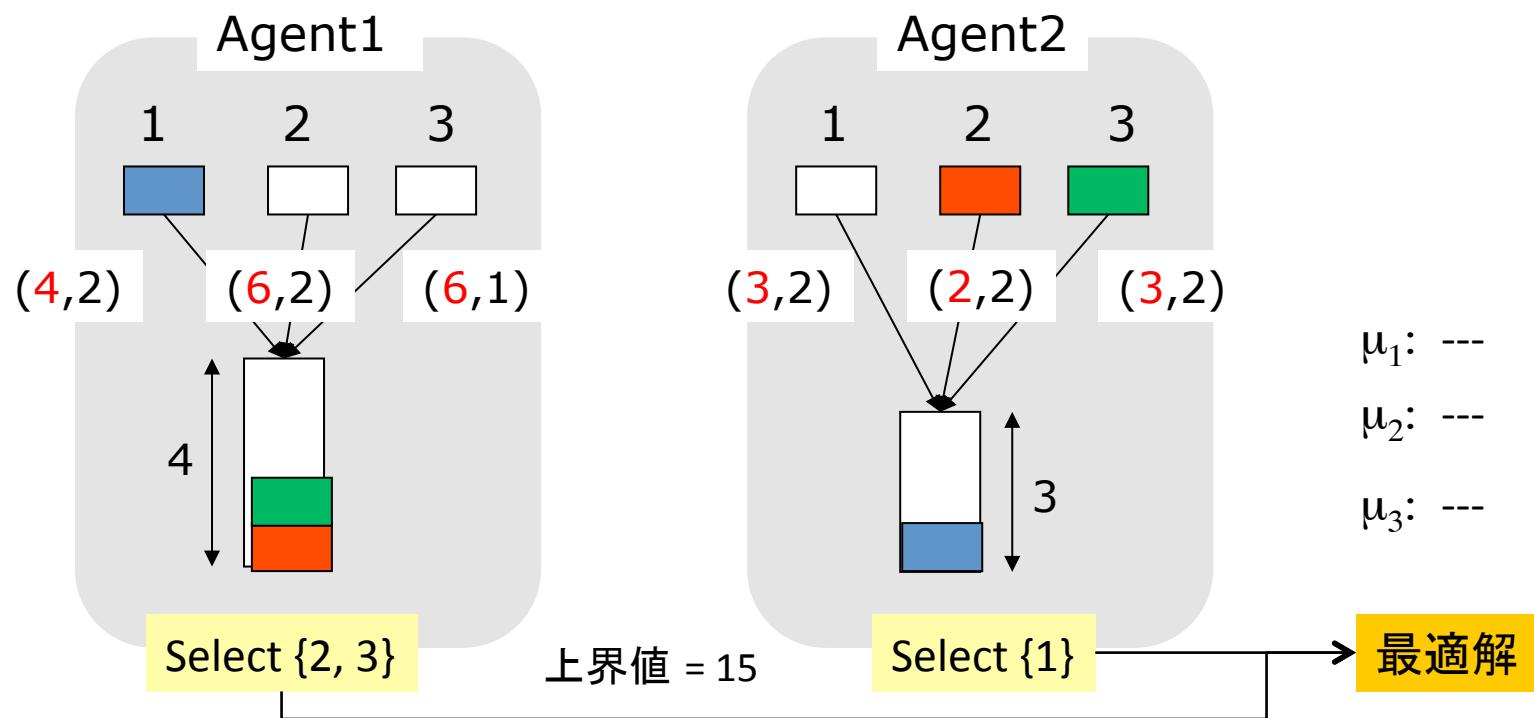
緩和・分解・調整法の適用例

- DisLRP for GMAP

Round 2: $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3) = (1, 0, -1)$

【定理】

ラグランジュ乗数のある値のもとで、
DisLRPによる財の割当てが緩和された
エージェント間制約をすべて満たすとき、
その割当ては最適解である。

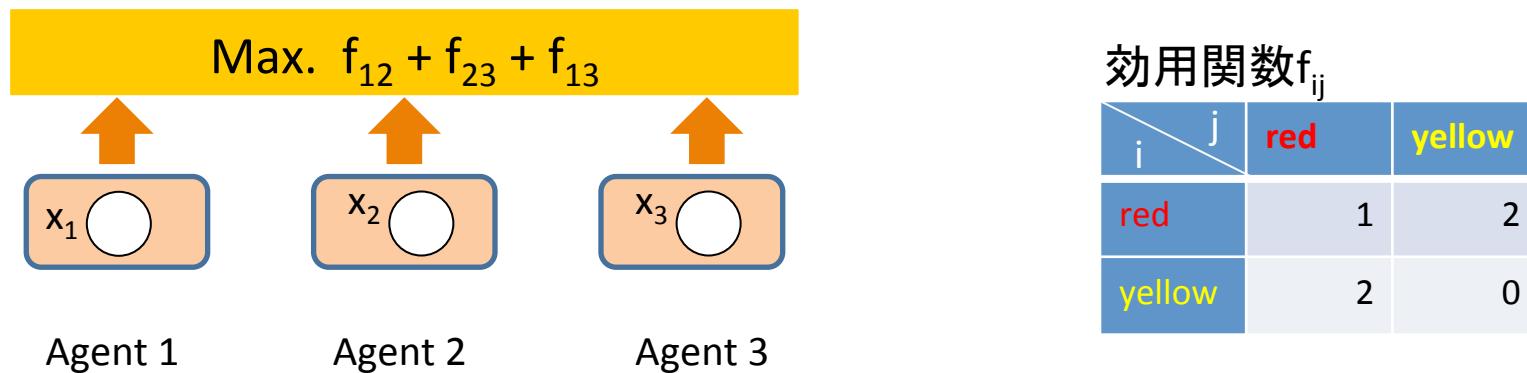


緩和・分解・調整法の適用例

	DCOP	GMAP
分枝限定法	ADOPT [Modi, 03] BnB-ADOPT [Yeoh, 10]	
動的計画法	DPOP [Petcu, 05] Max-Sum [Rogers, 11]	
局所探索法	DSA [Fitzpatrick, 01] DALO [Kiekintveld, 10]	
緩和・分解・調整法	DaCSA [Vinyals, 10] EU-DaC [Vinyals, 10] DeQED [Hatano, 13]	DisLRP [Hirayama, 06; Hirayama, 07; Hirayama, 09; Hanada, 11]

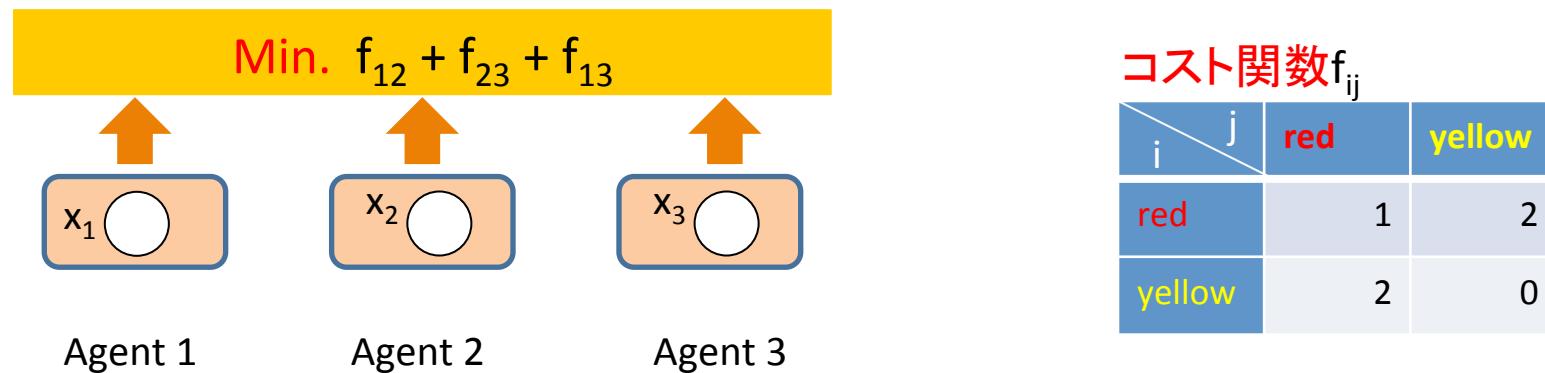
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP



緩和・分解・調整法の適用例

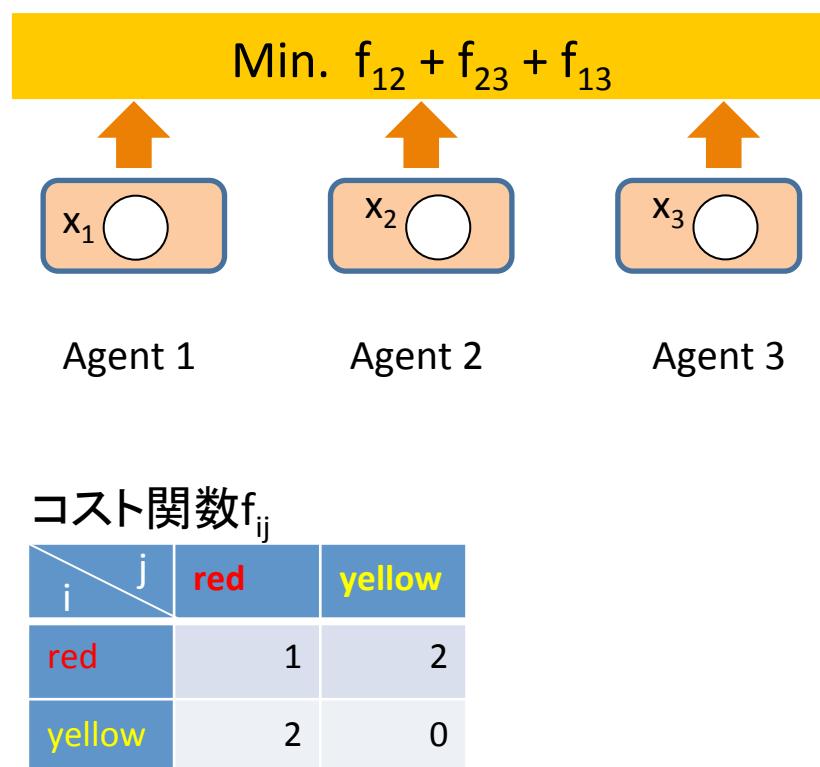
- DeQED for DCOP



目的: 大域的なコスト関数の値を最小化する

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP



コスト関数の2次符号化

$$\{\text{red}, \text{yellow}\} \rightarrow \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

値を単位ベクトルに変換

$$\text{コスト関数 } f_{ij} \rightarrow F_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

行列に変換

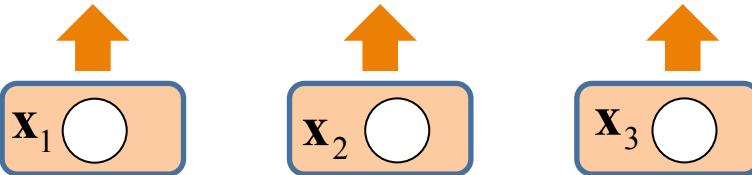
$$\min. \quad \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{12} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{F}_{23} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{13} \mathbf{x}_3$$

$$s.t. \quad \mathbf{x}_i \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

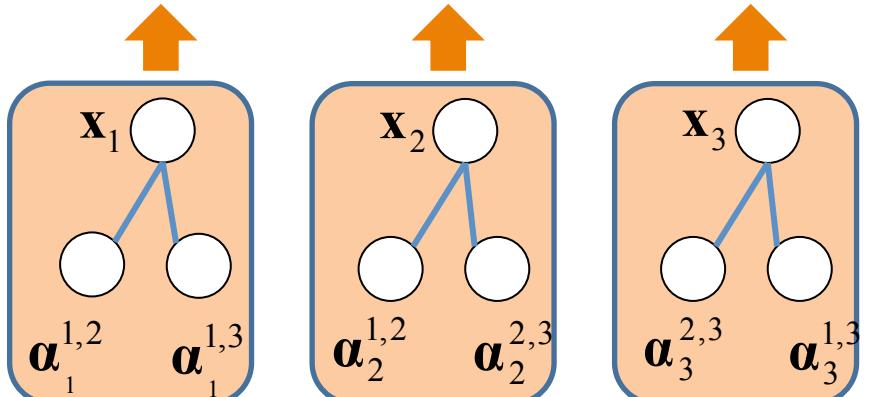
$$\min . \quad \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{12} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{F}_{23} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{13} \mathbf{x}_3$$



$$\min . \quad \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{12} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{F}_{23} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{13} \mathbf{x}_3$$

s.t. $\mathbf{x}_i \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$$\min . \quad \boldsymbol{\alpha}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} + \boldsymbol{\alpha}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \boldsymbol{\alpha}_3^{2,3} + \boldsymbol{\alpha}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \boldsymbol{\alpha}_3^{1,3}$$




 各変数とそれに関するコスト関数のペア
 に対して補助変数 α を導入する

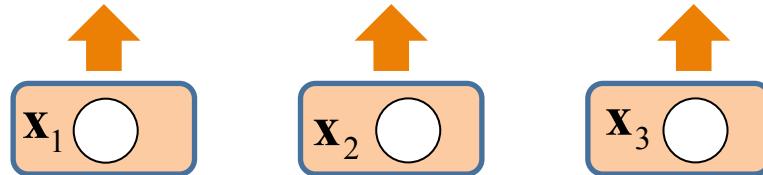
$$\min . \quad \boldsymbol{\alpha}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} + \boldsymbol{\alpha}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \boldsymbol{\alpha}_3^{2,3} + \boldsymbol{\alpha}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \boldsymbol{\alpha}_3^{1,3}$$

s.t. $\mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\alpha}_1^{1,2} = \boldsymbol{\alpha}_1^{1,3},$
 $\mathbf{x}_2 = \boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} = \boldsymbol{\alpha}_2^{2,3},$
 $\mathbf{x}_3 = \boldsymbol{\alpha}_3^{2,3} = \boldsymbol{\alpha}_3^{1,3}.$

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

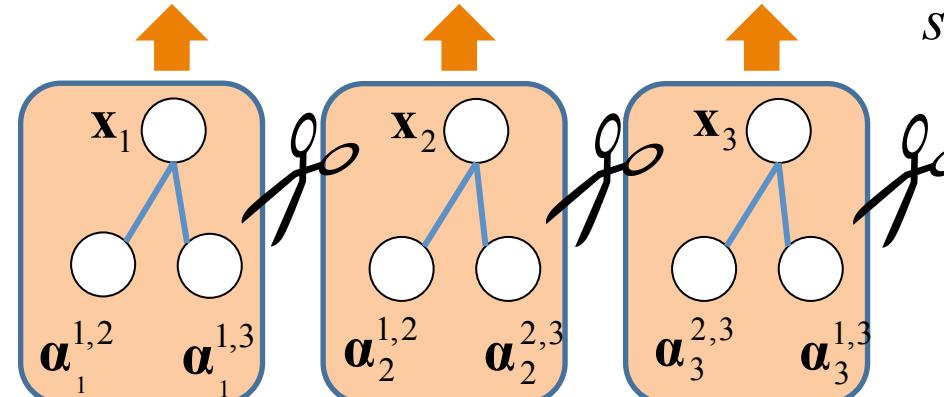
$$\min . \quad \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{12} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{F}_{23} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{13} \mathbf{x}_3$$



$$\min . \quad \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{12} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{F}_{23} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{13} \mathbf{x}_3$$

s.t. $\mathbf{x}_i \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$$\min . \quad \alpha_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \alpha_2^{1,2} + \alpha_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \alpha_3^{2,3} + \alpha_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \alpha_3^{1,3}$$




 各変数とそれに関するコスト関数のペア
 に対して補助変数 α を導入する

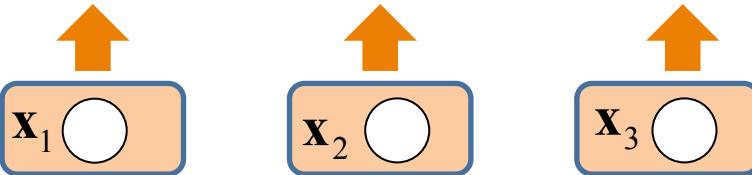
$$\min . \quad \alpha_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \alpha_2^{1,2} + \alpha_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \alpha_3^{2,3} + \alpha_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \alpha_3^{1,3}$$

s.t. $\mathbf{x}_1 = \alpha_1^{1,2} = \alpha_1^{1,3}$
 ~~$\mathbf{x}_1 = \alpha_1^{1,2} = \alpha_2^{1,2}$~~ ,
 ~~$\mathbf{x}_2 = \alpha_2^{1,2} = \alpha_2^{2,3}$~~ ,
 ~~$\mathbf{x}_3 = \alpha_3^{2,3} = \alpha_3^{1,3}$~~

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\min . \quad \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{12} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{F}_{23} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{13} \mathbf{x}_3$$

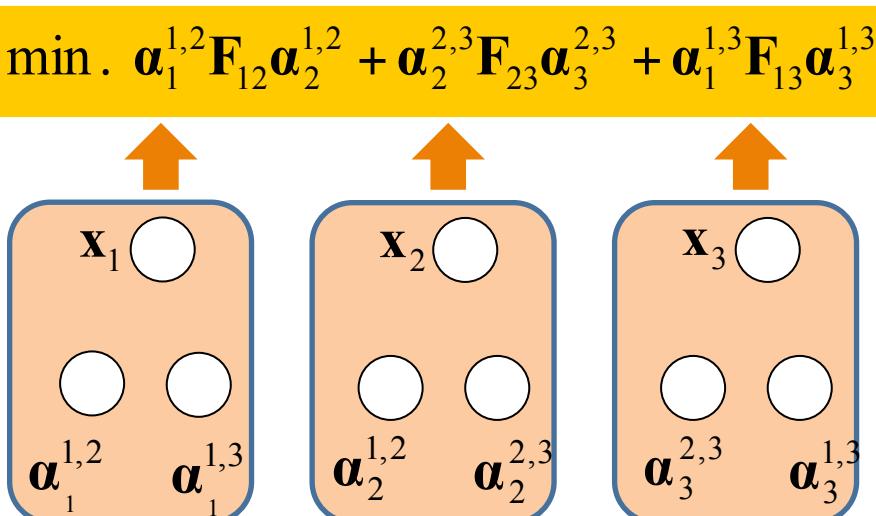


$$\min . \quad \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{12} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \mathbf{F}_{23} \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{F}_{13} \mathbf{x}_3$$

s.t. $\mathbf{x}_i \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$


 各変数とそれに関するコスト関数のペア
 に対して補助変数 α を導入する

$$\min . \quad \boldsymbol{\alpha}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} + \boldsymbol{\alpha}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \boldsymbol{\alpha}_3^{2,3} + \boldsymbol{\alpha}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \boldsymbol{\alpha}_3^{1,3}$$



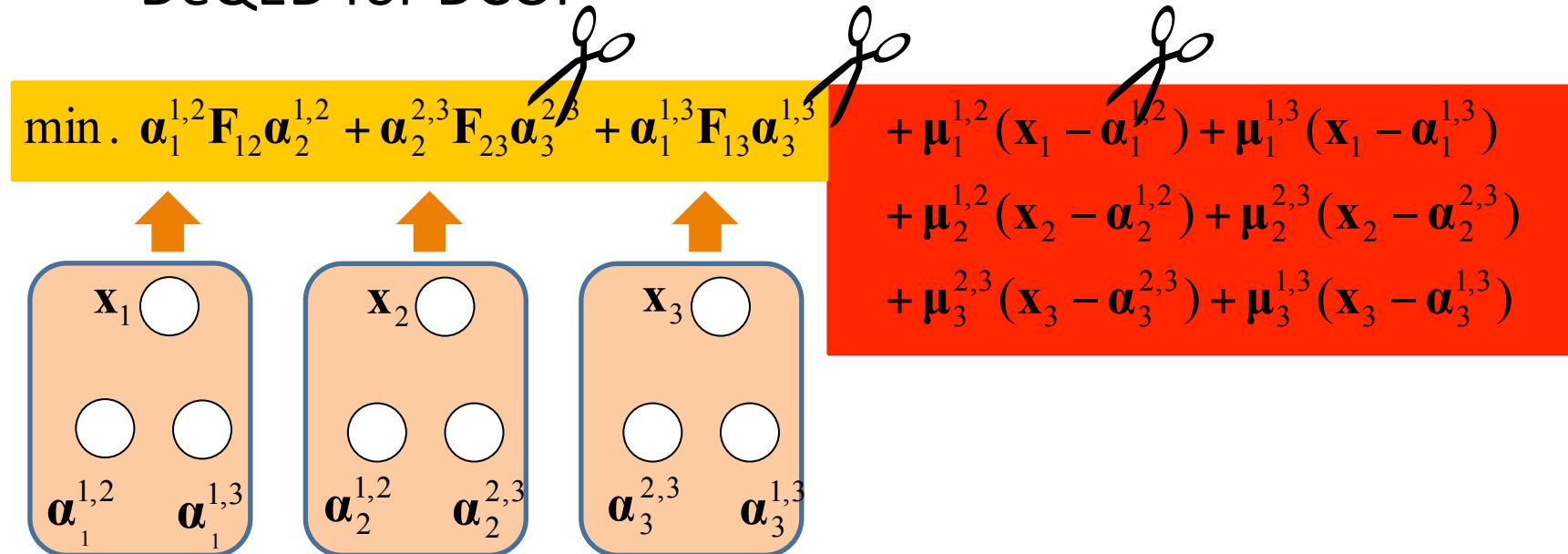
$$+ \mu_1^{1,2} (\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1^{1,2}) + \mu_1^{1,3} (\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1^{1,3})$$

$$+ \mu_2^{1,2} (\mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\alpha}_2^{1,2}) + \mu_2^{2,3} (\mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\alpha}_2^{2,3})$$

$$+ \mu_3^{2,3} (\mathbf{x}_3 - \boldsymbol{\alpha}_3^{2,3}) + \mu_3^{1,3} (\mathbf{x}_3 - \boldsymbol{\alpha}_3^{1,3})$$

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP



緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\min . \quad \mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} + \mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} + \mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3}$$

$$+ \mu_1^{1,2} (\mathbf{x}_1 - \mathbf{a}_1^{1,2}) + \mu_1^{1,3} (\mathbf{x}_1 - \mathbf{a}_1^{1,3})$$

$$+ \mu_2^{1,2} (\mathbf{x}_2 - \mathbf{a}_2^{1,2}) + \mu_2^{2,3} (\mathbf{x}_2 - \mathbf{a}_2^{2,3})$$

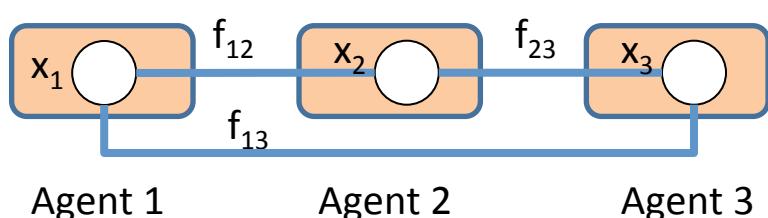
$$+ \mu_3^{2,3} (\mathbf{x}_3 - \mathbf{a}_3^{2,3}) + \mu_3^{1,3} (\mathbf{x}_3 - \mathbf{a}_3^{1,3})$$

$$= (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3}) \mathbf{x}_1 + (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3}) \mathbf{x}_2 + (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3}) \mathbf{x}_3$$

$$+ \mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2} \quad \} \text{コスト関数 } f_{12}$$

$$+ \mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{23}$$

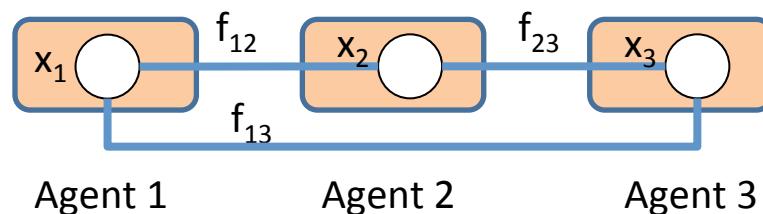
$$+ \mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{13}$$



緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

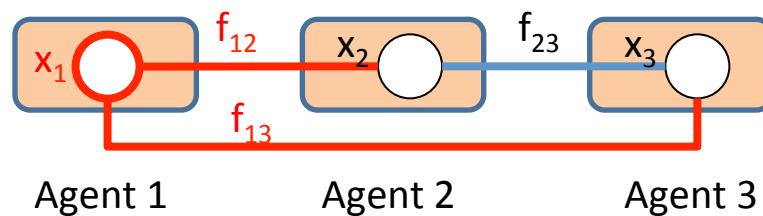
$$\begin{aligned} & \text{Agent 1} \quad \text{Agent 2} \quad \text{Agent 3} \\ = & (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 + (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 + (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2} \quad \} \text{コスト関数 } f_{12} \\ & + \alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{23} \\ & + \alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{13} \end{aligned}$$



緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned}
 &= (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 + (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 + (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\
 &\quad + \alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2} \quad \} \text{コスト関数 } f_{12} \\
 &\quad + \alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{23} \\
 &\quad + \alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{13}
 \end{aligned}$$



緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned}
 & \text{Agent 1} \\
 & = (\boldsymbol{\mu}_1^{1,2} + \boldsymbol{\mu}_1^{1,3})\mathbf{x}_1 + (\boldsymbol{\mu}_2^{1,2} + \boldsymbol{\mu}_2^{2,3})\mathbf{x}_2 + (\boldsymbol{\mu}_3^{2,3} + \boldsymbol{\mu}_3^{1,3})\mathbf{x}_3 \\
 & \quad + \boldsymbol{\alpha}_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,2}\boldsymbol{\alpha}_1^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_2^{1,2}\boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} \\
 & \quad + \boldsymbol{\alpha}_2^{2,3}\mathbf{F}_{23}\boldsymbol{\alpha}_3^{2,3} - \boldsymbol{\mu}_2^{2,3}\boldsymbol{\alpha}_2^{2,3} - \boldsymbol{\mu}_3^{2,3}\boldsymbol{\alpha}_3^{2,3} \\
 & \quad + \boldsymbol{\alpha}_1^{1,3}\mathbf{F}_{13}\boldsymbol{\alpha}_3^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,3}\boldsymbol{\alpha}_1^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_3^{1,3}\boldsymbol{\alpha}_3^{1,3}
 \end{aligned}$$

↓

} コスト関数 f_{12}
 } コスト関数 f_{23}
 } コスト関数 f_{13}

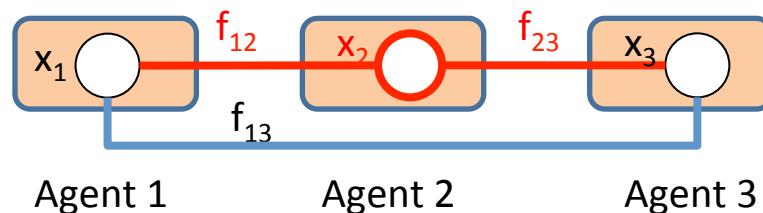
$$\begin{aligned}
 & \min. (\boldsymbol{\mu}_1^{1,2} + \boldsymbol{\mu}_1^{1,3})\mathbf{x}_1 \\
 & + \boldsymbol{\alpha}_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,2}\boldsymbol{\alpha}_1^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_2^{1,2}\boldsymbol{\alpha}_2^{1,2} \\
 & + \boldsymbol{\alpha}_1^{1,3}\mathbf{F}_{13}\boldsymbol{\alpha}_3^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,3}\boldsymbol{\alpha}_1^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_3^{1,3}\boldsymbol{\alpha}_3^{1,3}
 \end{aligned}$$

Agent 1

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned}
 &= (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 + (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 + (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\
 &\quad + \alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2} \quad \} \text{コスト関数 } f_{12} \\
 &\quad + \alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{23} \\
 &\quad + \alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{13}
 \end{aligned}$$



緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned}
 &= (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})\mathbf{x}_1 + (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})\mathbf{x}_2 + (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})\mathbf{x}_3 \\
 &\quad + \alpha_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\alpha_2^{1,2} \quad \} \text{コスト関数 } f_{12} \\
 &\quad + \alpha_2^{2,3}\mathbf{F}_{23}\alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\alpha_3^{2,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{23} \\
 &\quad + \alpha_1^{1,3}\mathbf{F}_{13}\alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\alpha_3^{1,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{13}
 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned}
 &\min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})\mathbf{x}_1 \\
 &+ \alpha_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\alpha_2^{1,2} \\
 &+ \alpha_1^{1,3}\mathbf{F}_{13}\alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\alpha_3^{1,3}
 \end{aligned}$$

Agent 1

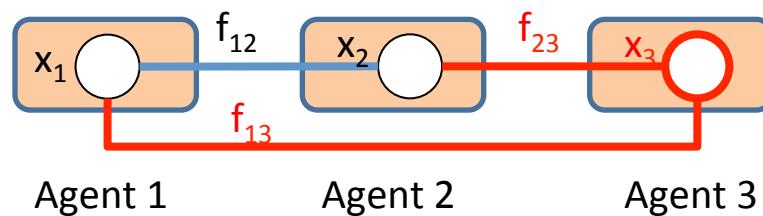
$$\begin{aligned}
 &\min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})\mathbf{x}_2 \\
 &+ \alpha_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\alpha_2^{1,2} \\
 &+ \alpha_2^{2,3}\mathbf{F}_{23}\alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\alpha_3^{2,3}
 \end{aligned}$$

Agent 2

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned}
 &= (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 + (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 + (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\
 &\quad + \alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2} \quad \} \text{コスト関数 } f_{12} \\
 &\quad + \alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{23} \\
 &\quad + \alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{13}
 \end{aligned}$$



緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned}
 &= (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})\mathbf{x}_1 + (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})\mathbf{x}_2 + (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})\mathbf{x}_3 \\
 &\quad + \alpha_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\alpha_2^{1,2} \quad \} \text{コスト関数 } f_{12} \\
 &\quad + \alpha_2^{2,3}\mathbf{F}_{23}\alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\alpha_3^{2,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{23} \\
 &\quad + \alpha_1^{1,3}\mathbf{F}_{13}\alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\alpha_3^{1,3} \quad \} \text{コスト関数 } f_{13}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &\min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})\mathbf{x}_1 \\
 &+ \alpha_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\alpha_2^{1,2} \\
 &+ \alpha_1^{1,3}\mathbf{F}_{13}\alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\alpha_3^{1,3}
 \end{aligned}$$

Agent 1

$$\begin{aligned}
 &\min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})\mathbf{x}_2 \\
 &+ \alpha_1^{1,2}\mathbf{F}_{12}\alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\alpha_2^{1,2} \\
 &+ \alpha_2^{2,3}\mathbf{F}_{23}\alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\alpha_3^{2,3}
 \end{aligned}$$

Agent 2

$$\begin{aligned}
 &\min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})\mathbf{x}_3 \\
 &+ \alpha_2^{2,3}\mathbf{F}_{23}\alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\alpha_3^{2,3} \\
 &+ \alpha_1^{1,3}\mathbf{F}_{13}\alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\alpha_3^{1,3}
 \end{aligned}$$

Agent 3

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2} \\ & + \alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3} \end{aligned}$$

Agent 1

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2} \\ & + \alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3} \end{aligned}$$

Agent 2

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3} \\ & + \alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3} \end{aligned}$$

Agent 3



総和を保存するために、 α に関する各項
を1/2倍する

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3}) \end{aligned}$$

Agent 1

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_1^{1,2} F_{12} \alpha_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \alpha_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \alpha_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3}) \end{aligned}$$

Agent 2

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_2^{2,3} F_{23} \alpha_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \alpha_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \alpha_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_1^{1,3} F_{13} \alpha_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \alpha_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \alpha_3^{1,3}) \end{aligned}$$

Agent 3

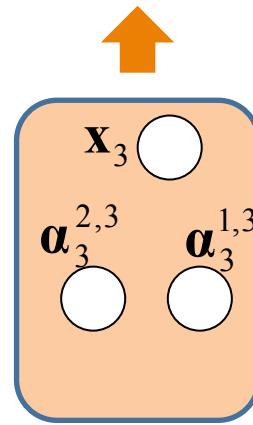
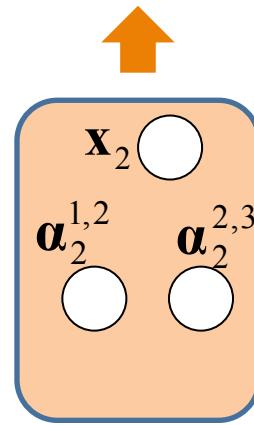
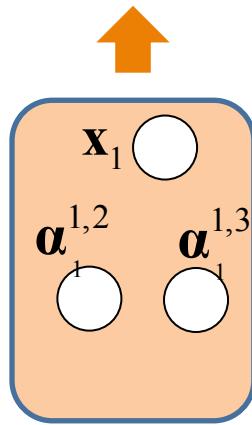
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} \min . & (\boldsymbol{\mu}_1^{1,2} + \boldsymbol{\mu}_1^{1,3}) \mathbf{x}_1 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min . & (\boldsymbol{\mu}_2^{1,2} + \boldsymbol{\mu}_2^{2,3}) \mathbf{x}_2 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \boldsymbol{\mu}_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \boldsymbol{\mu}_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \boldsymbol{\mu}_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min . & (\boldsymbol{\mu}_3^{2,3} + \boldsymbol{\mu}_3^{1,3}) \mathbf{x}_3 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \boldsymbol{\mu}_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \boldsymbol{\mu}_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \boldsymbol{\mu}_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



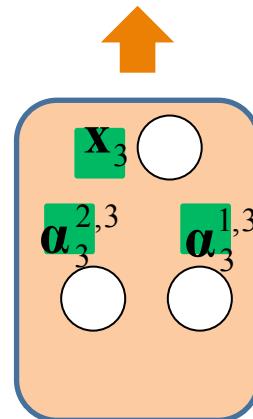
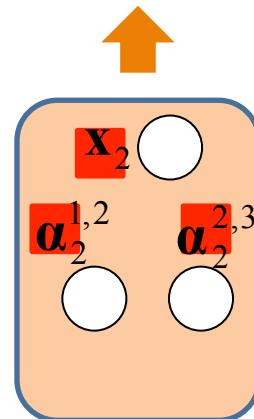
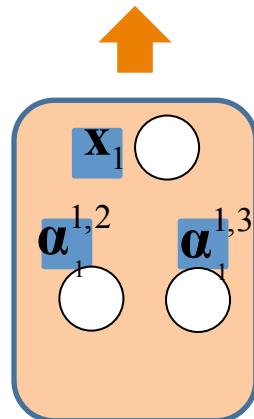
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3}) \mathbf{x}_1 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3}) \mathbf{x}_2 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min. & (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3}) \mathbf{x}_3 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



Agent 1

Agent 2

Agent 3

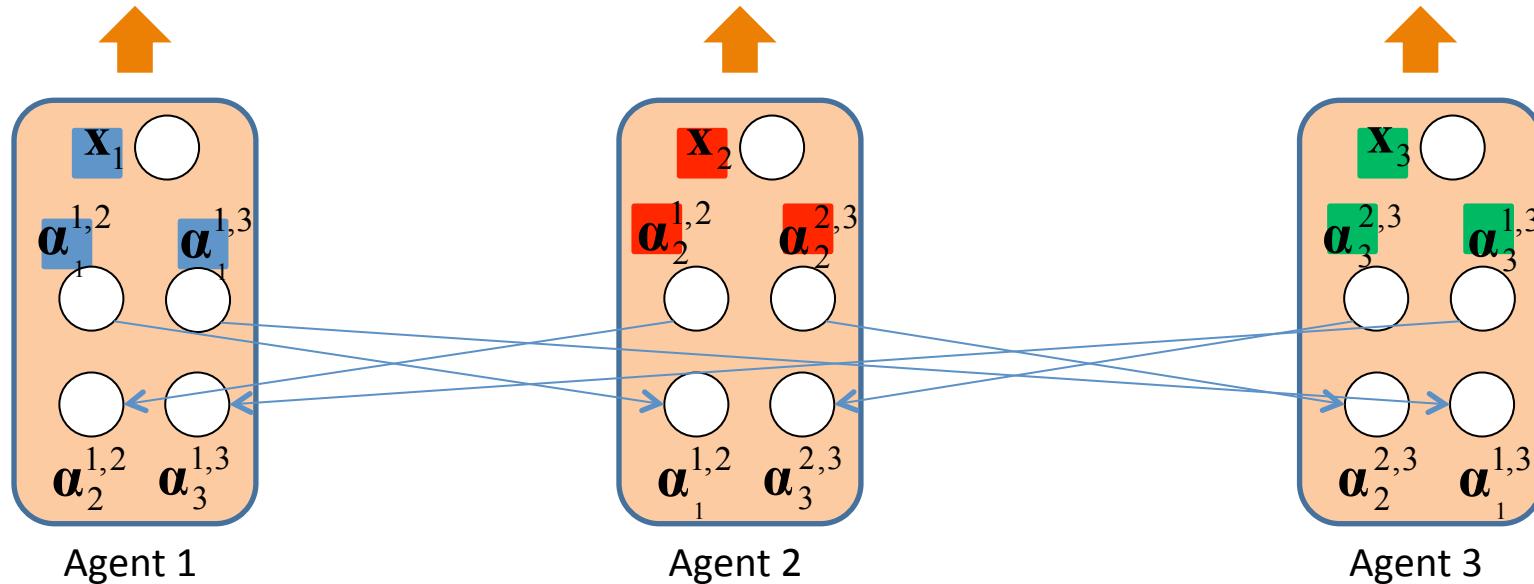
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3}) \mathbf{x}_1 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3}) \mathbf{x}_2 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3}) \mathbf{x}_3 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



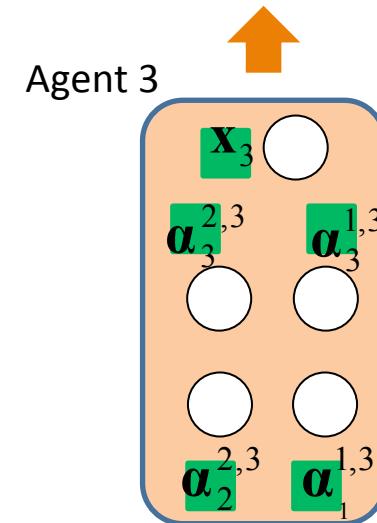
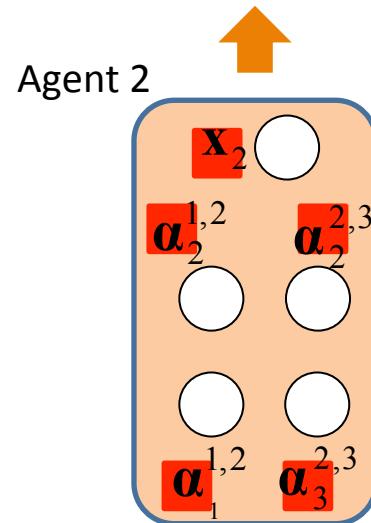
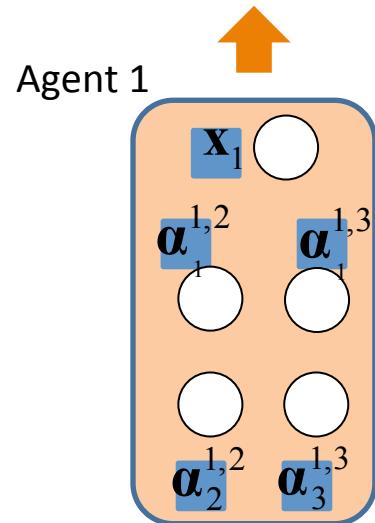
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3}) \mathbf{x}_1 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3}) \mathbf{x}_2 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3}) \mathbf{x}_3 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



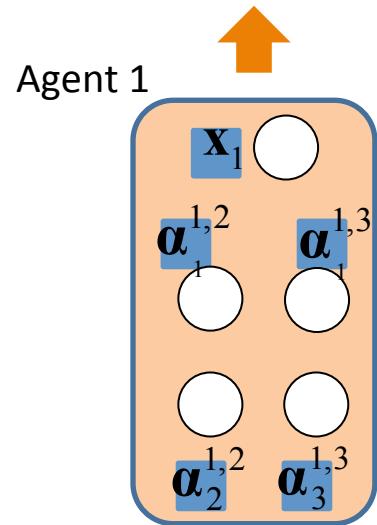
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

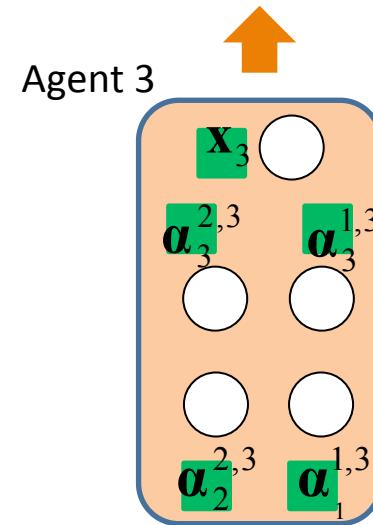
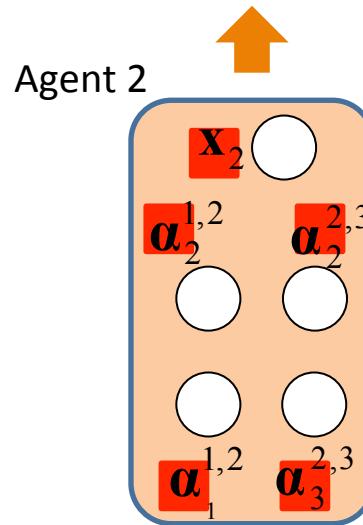
$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



decide $\mu_1^{1,2}, \mu_1^{1,3}$



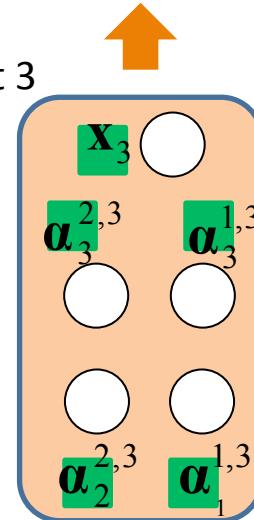
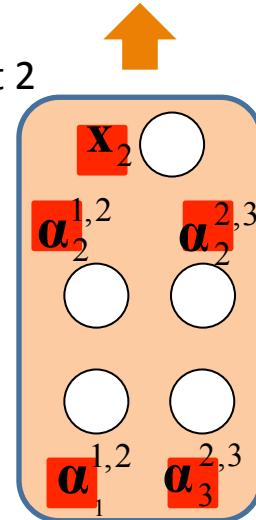
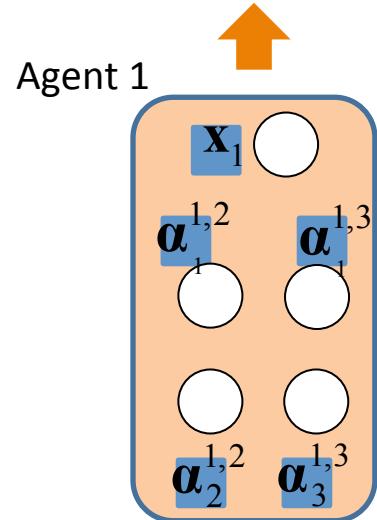
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



decide $\mu_1^{1,2}, \mu_1^{1,3}$

decide $\mu_2^{1,2}, \mu_2^{2,3}$

緩和・分解・調整法の適用例

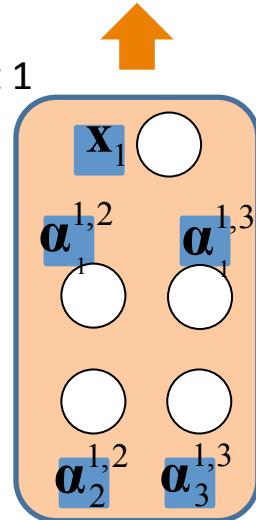
- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

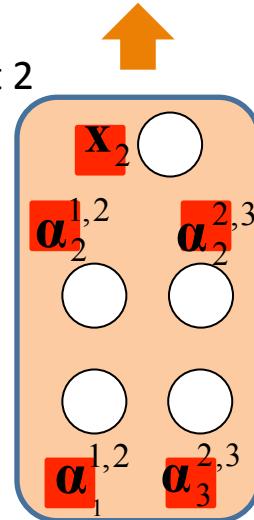
$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

Agent 1



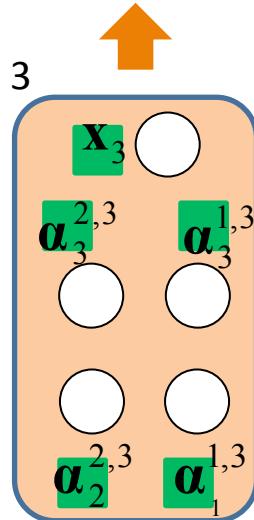
decide $\mu_1^{1,2}, \mu_1^{1,3}$

Agent 2



decide $\mu_2^{1,2}, \mu_2^{2,3}$

Agent 3



decide $\mu_3^{2,3}, \mu_3^{1,3}$

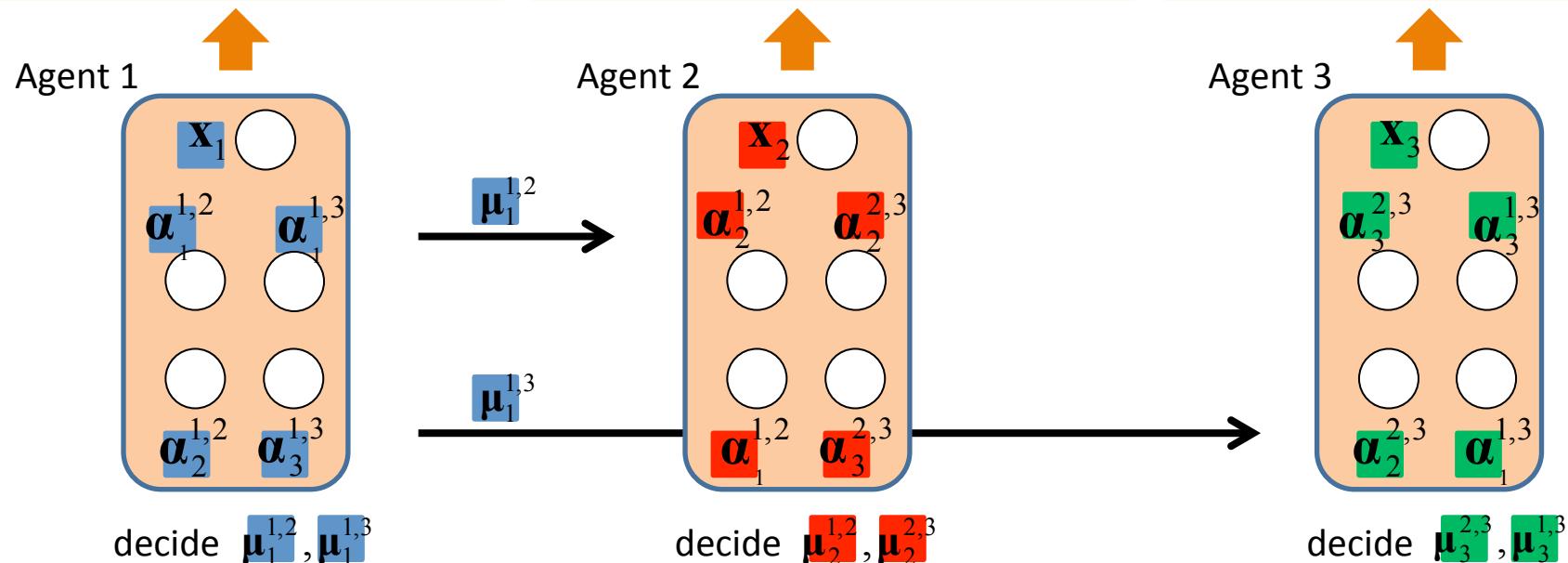
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



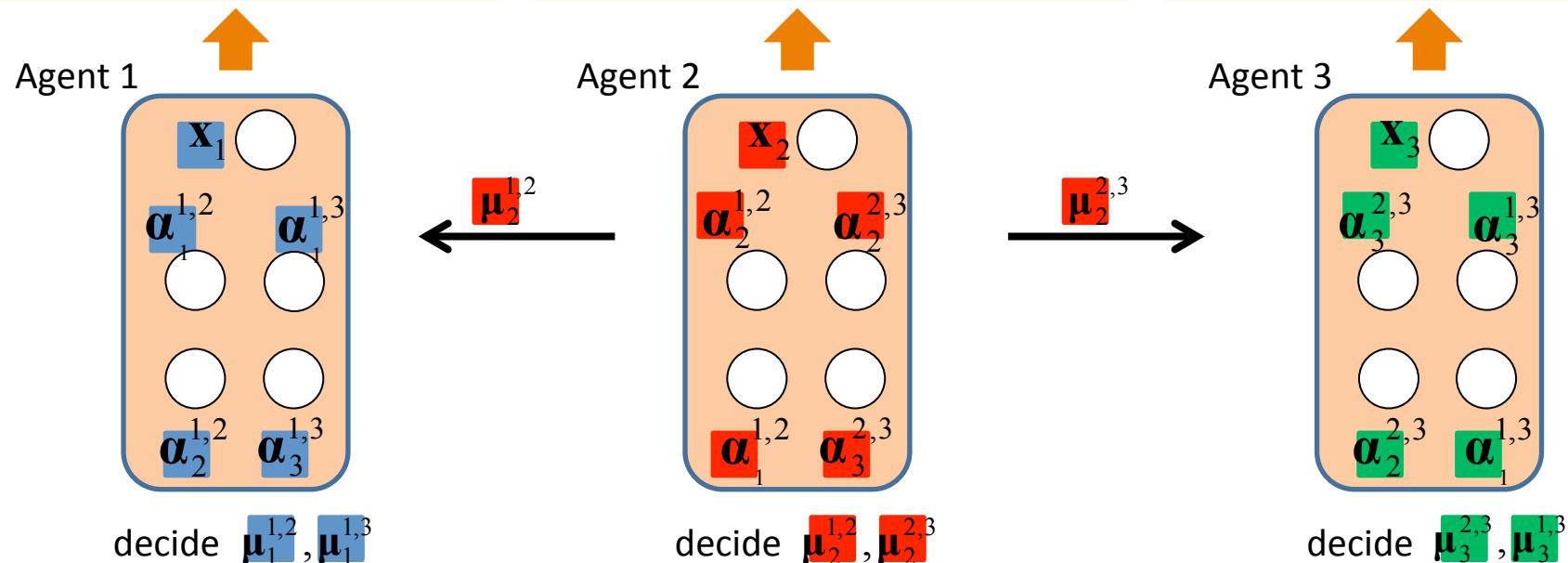
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



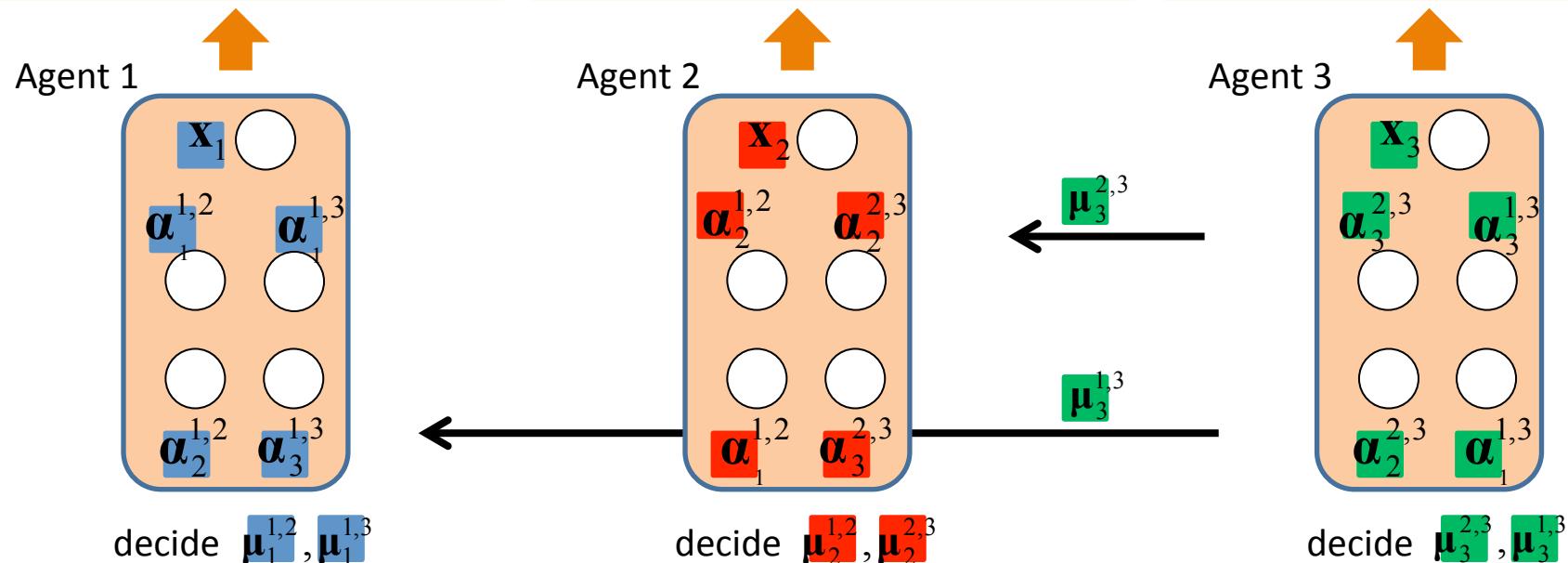
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

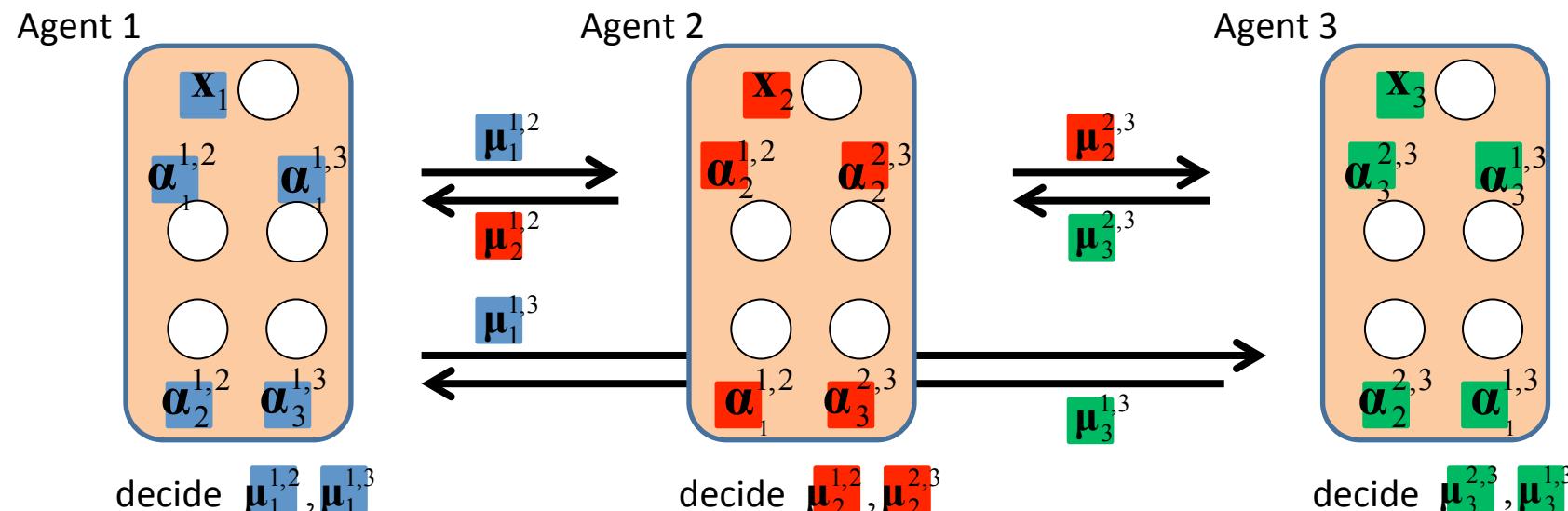
$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP
 - 一般に、ラグランジュ乗数の値のみを交換するだけで問題を解くことができ、変数 x の値そのものを交換する必要がない。

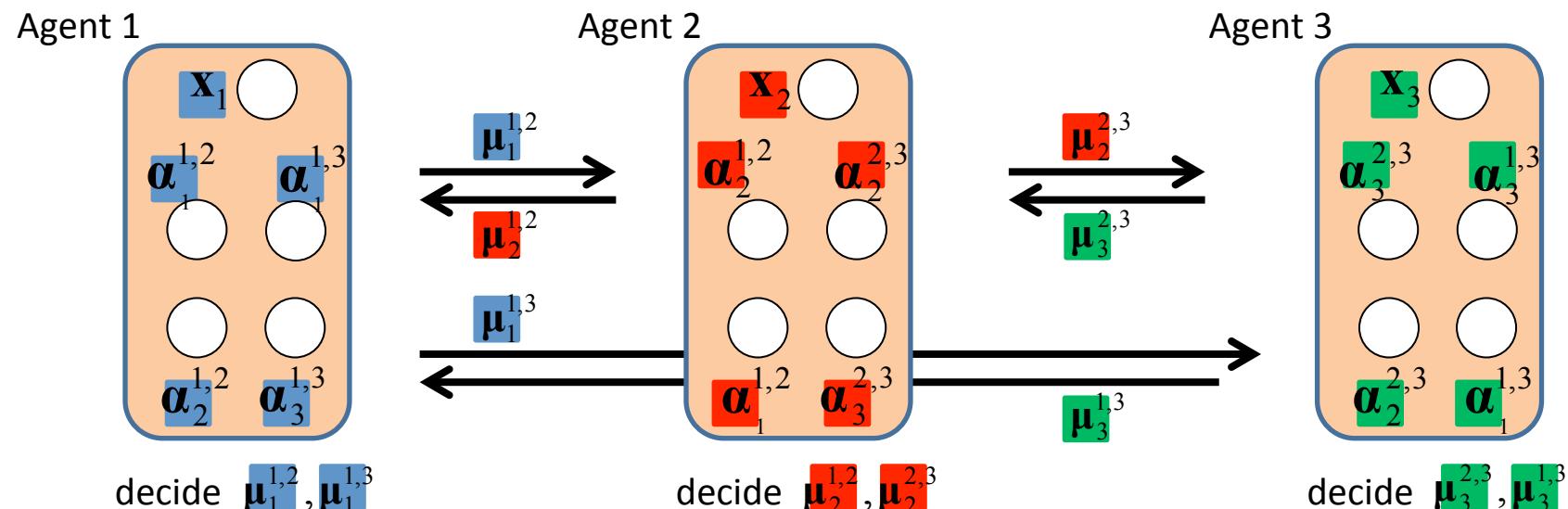


緩和・分解・調整法の適用例

	DCOP	
分枝限定法	ADOPT [Modi, 03] BnB-ADOPT [Yeoh, 10]	
動的計画法	DPOP [Petcu, 05] Max-Sum [Rogers, 11]	
局所探索法	DSA [Fitzpatrick, 01] DALO [Kiekintveld, 10]	
緩和・分解・調整法	DaCSA [Vinyals, 10] EU-DaC [Vinyals, 10] DeQED [Hatano, 13]	 変数 x の値そのものを 交換する

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP
 - 補助変数 α を導入しても、それに伴って追加される制約は単項コスト関数のみであり、部分問題の複雑さは本質的に増加しない。

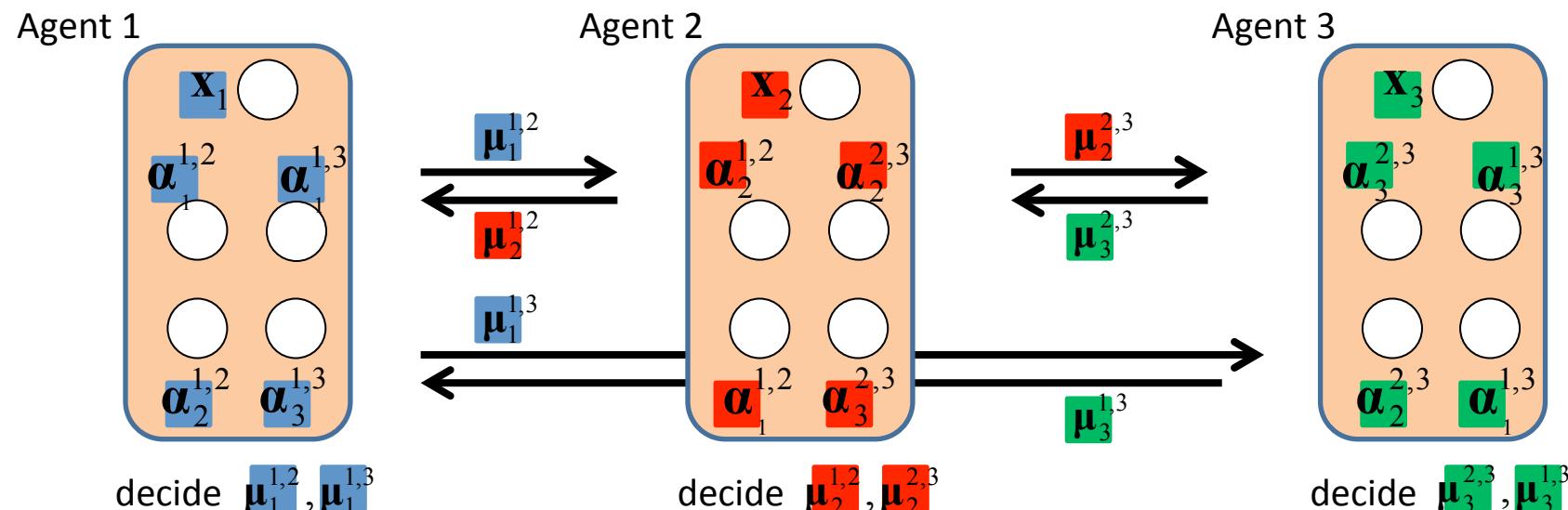


緩和・分解・調整法の適用例

	DCOP	
分枝限定法	ADOPT [Modi, 03] BnB-ADOPT [Yeoh, 10]	 補助変数を使わない
動的計画法	DPOP [Petcu, 05] Max-Sum [Rogers, 11]	 補助変数を使う一方で、部分問題の複雑度は増加
局所探索法	DSA [Fitzpatrick, 01] DALO [Kiekintveld, 10]	補助変数を使うが、部分問題の複雑度はほとんど増加しない
緩和・分解・調整法	DaCSA [Vinyals, 10] EU-DaC [Vinyals, 10] DeQED [Hatano, 13]	

緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP
 - 最適値の上界値(実行可能解)と下界値の情報が得られる.



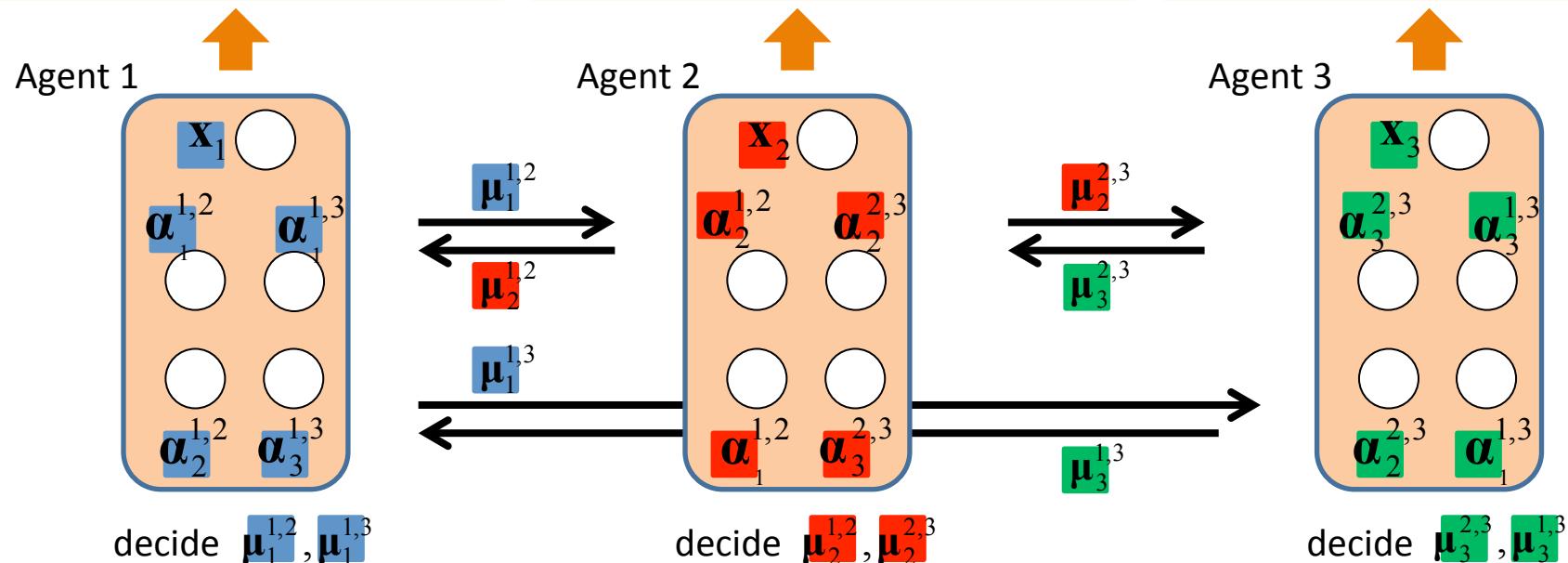
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



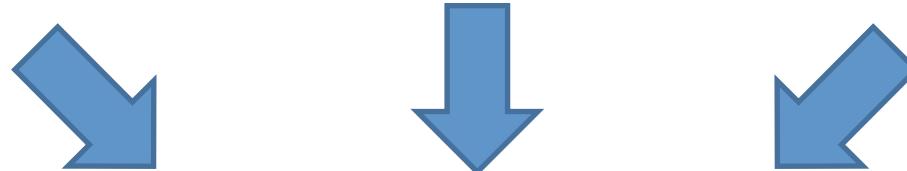
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3}) \mathbf{x}_1 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3}) \mathbf{x}_2 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,2} \mathbf{F}_{12} \mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2} \mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2} \mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3}) \mathbf{x}_3 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_2^{2,3} \mathbf{F}_{23} \mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3} \mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3} \mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{a}_1^{1,3} \mathbf{F}_{13} \mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3} \mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3} \mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



総和が最適値の下界値となる

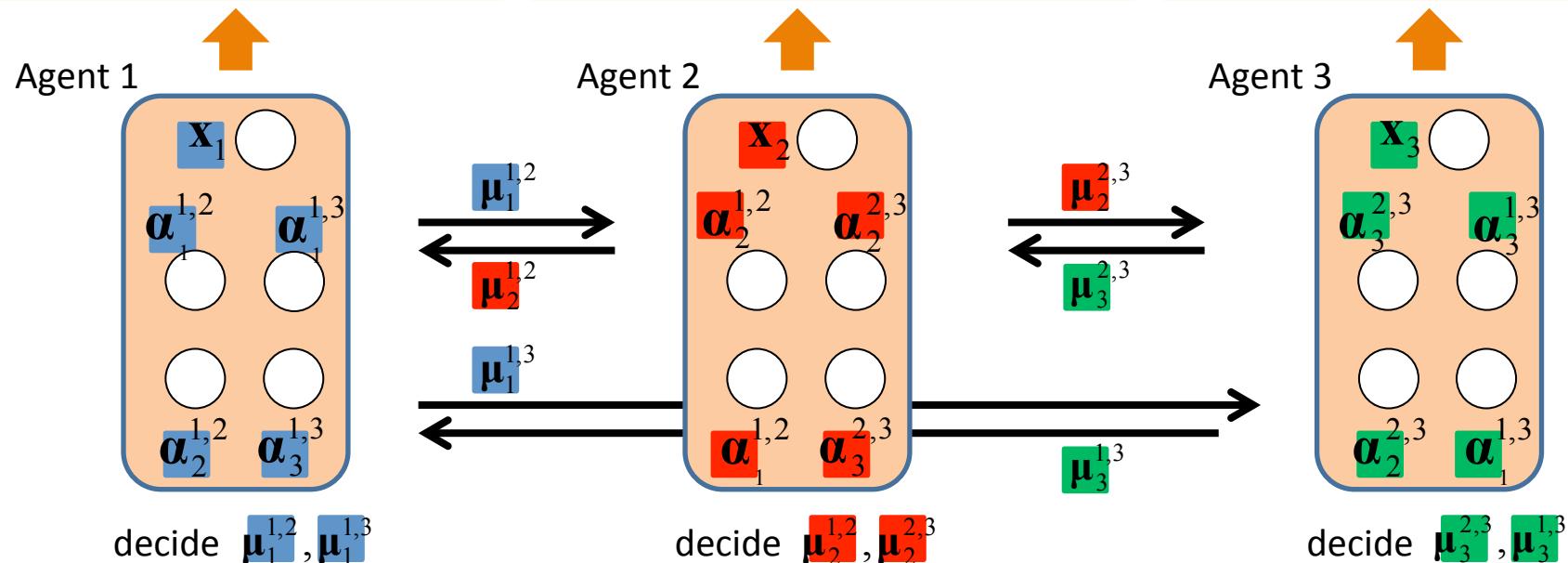
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_1^{1,2} + \mu_1^{1,3})x_1 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min. (\mu_2^{1,2} + \mu_2^{2,3})x_2 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,2}F_{12}\mathbf{a}_2^{1,2} - \mu_1^{1,2}\mathbf{a}_1^{1,2} - \mu_2^{1,2}\mathbf{a}_2^{1,2}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \end{aligned}$$

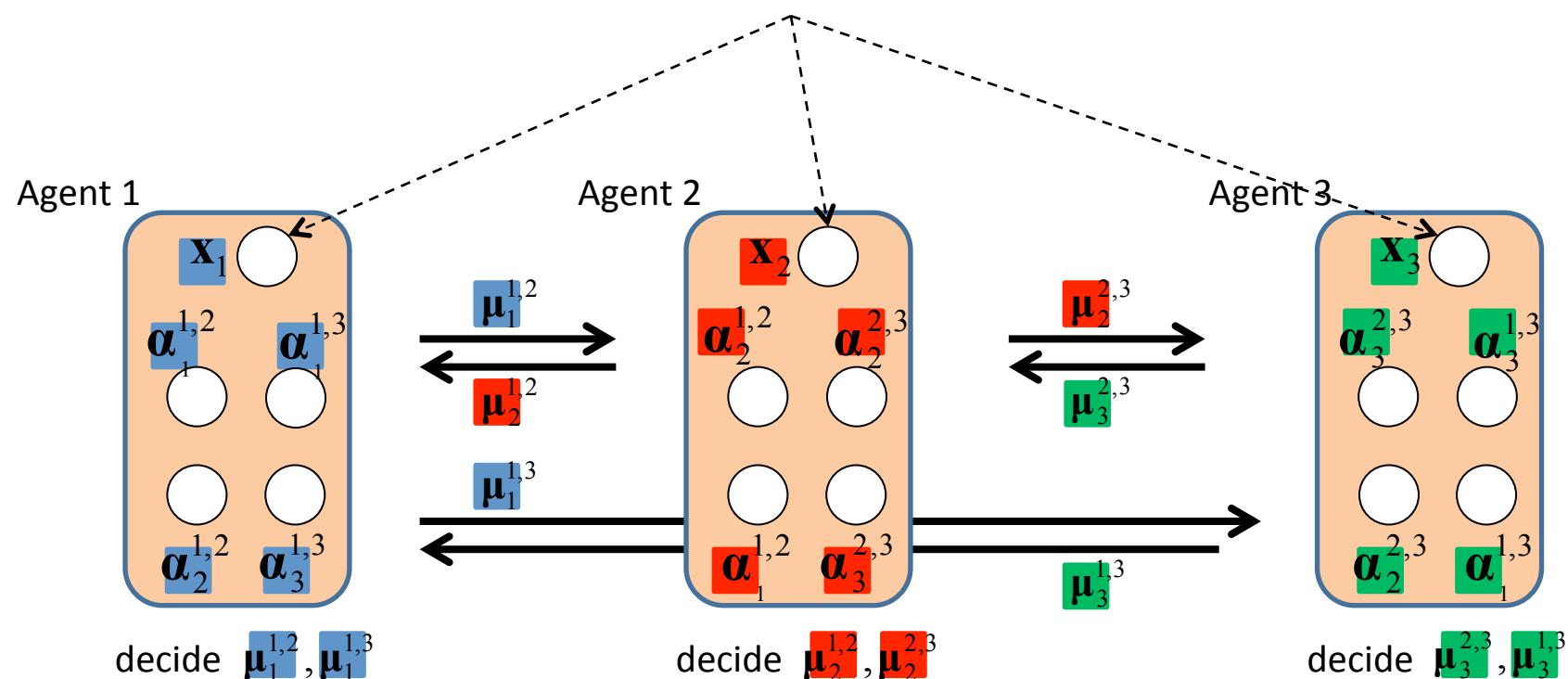
$$\begin{aligned} & \min. (\mu_3^{2,3} + \mu_3^{1,3})x_3 \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_2^{2,3}F_{23}\mathbf{a}_3^{2,3} - \mu_2^{2,3}\mathbf{a}_2^{2,3} - \mu_3^{2,3}\mathbf{a}_3^{2,3}) \\ & + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_1^{1,3}F_{13}\mathbf{a}_3^{1,3} - \mu_1^{1,3}\mathbf{a}_1^{1,3} - \mu_3^{1,3}\mathbf{a}_3^{1,3}) \end{aligned}$$



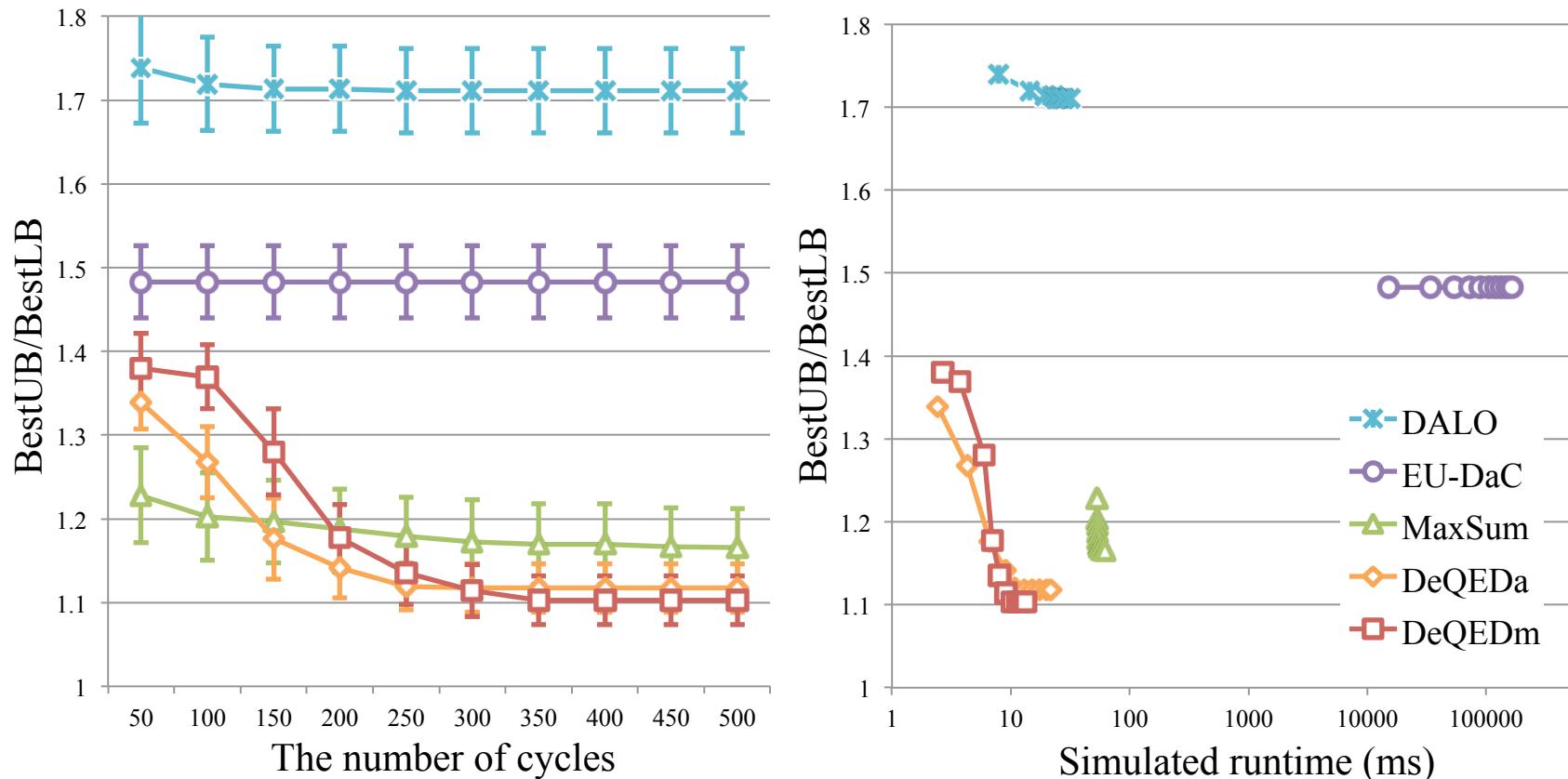
緩和・分解・調整法の適用例

- DeQED for DCOP

変数 x の値から、もとのコスト関数の値の総和を計算でき、それが最適値の上界値となる。



ランダムネットワーク(100変数)の実験結果



全体の問題

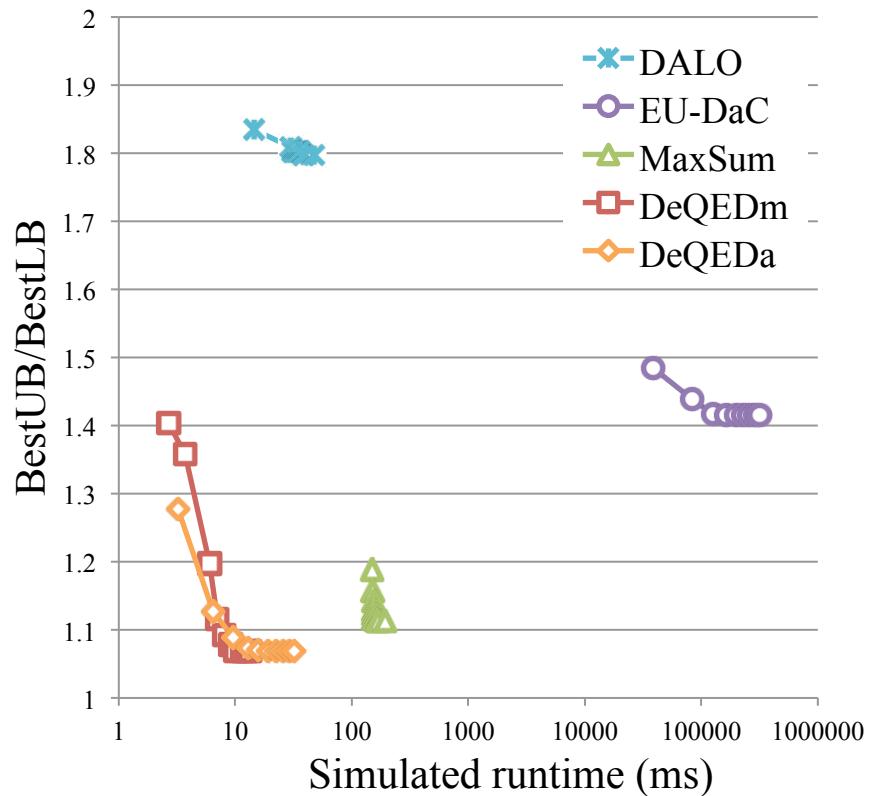
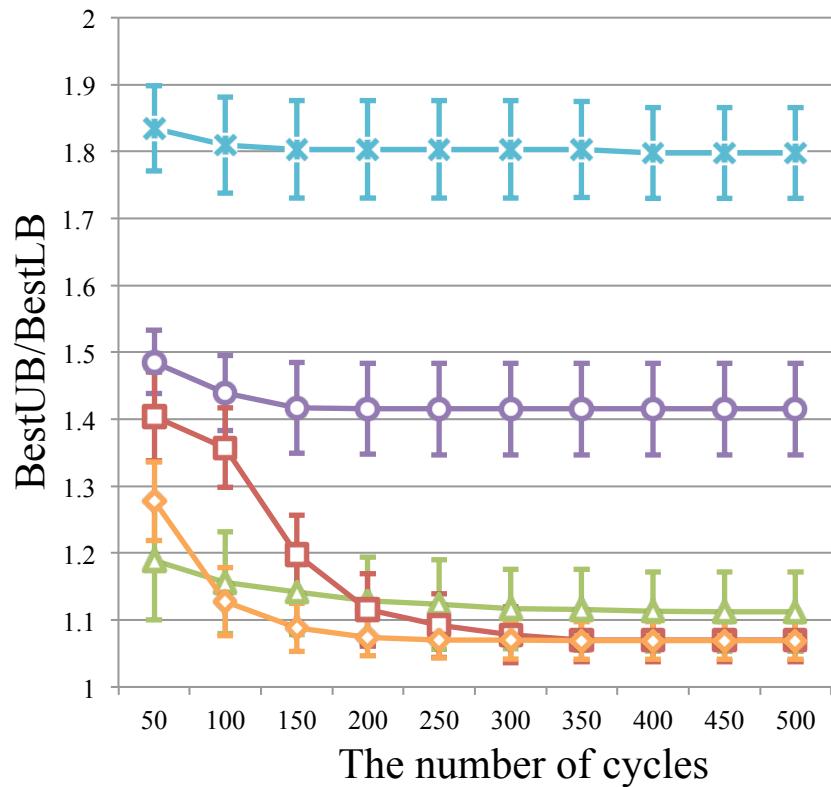
- 変数の数: 100
- 値域サイズ: 3
- 制約の数: 247

制約にかかるコスト

- $\{1, 2, \dots, 10^6\}$ からランダムに選択

- サイクル数: {50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500}

スケールフリーネットワーク(100変数)の実験結果



全体の問題

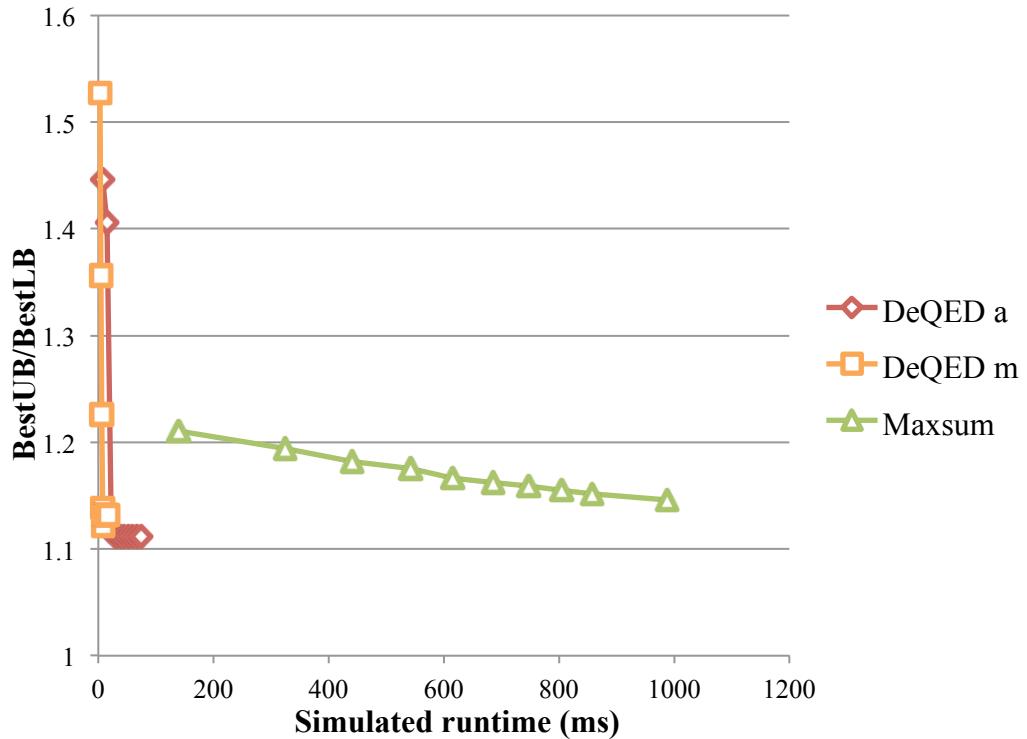
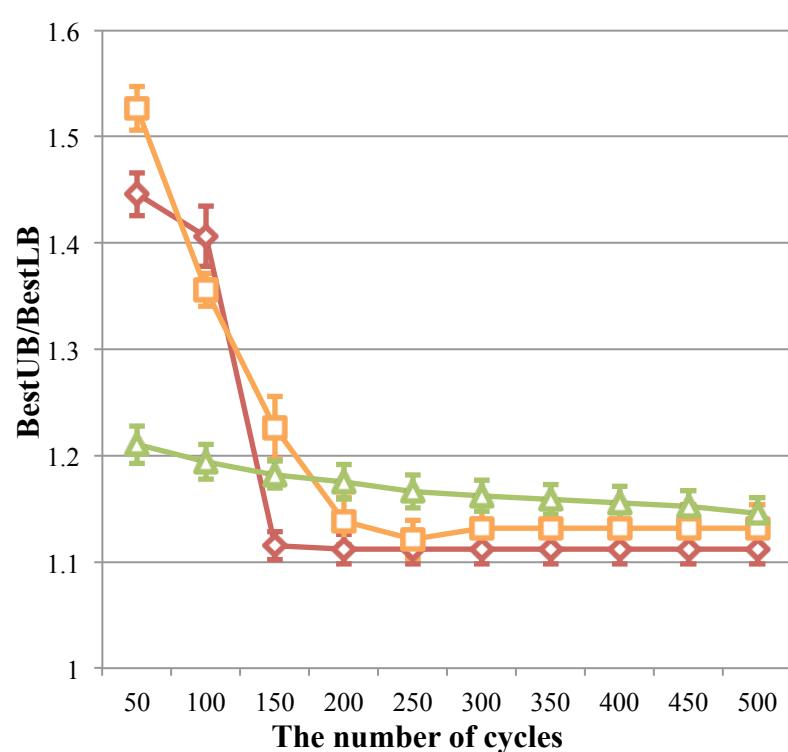
- 変数の数: 100
- 値域サイズ: 3
- 制約の数: 180

制約にかかるコスト

- $\{1, 2, \dots, 10^6\}$ からランダムに選択

- サイクル数: {50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500}

ランダムネットワーク(1000変数)の実験結果



全体の問題

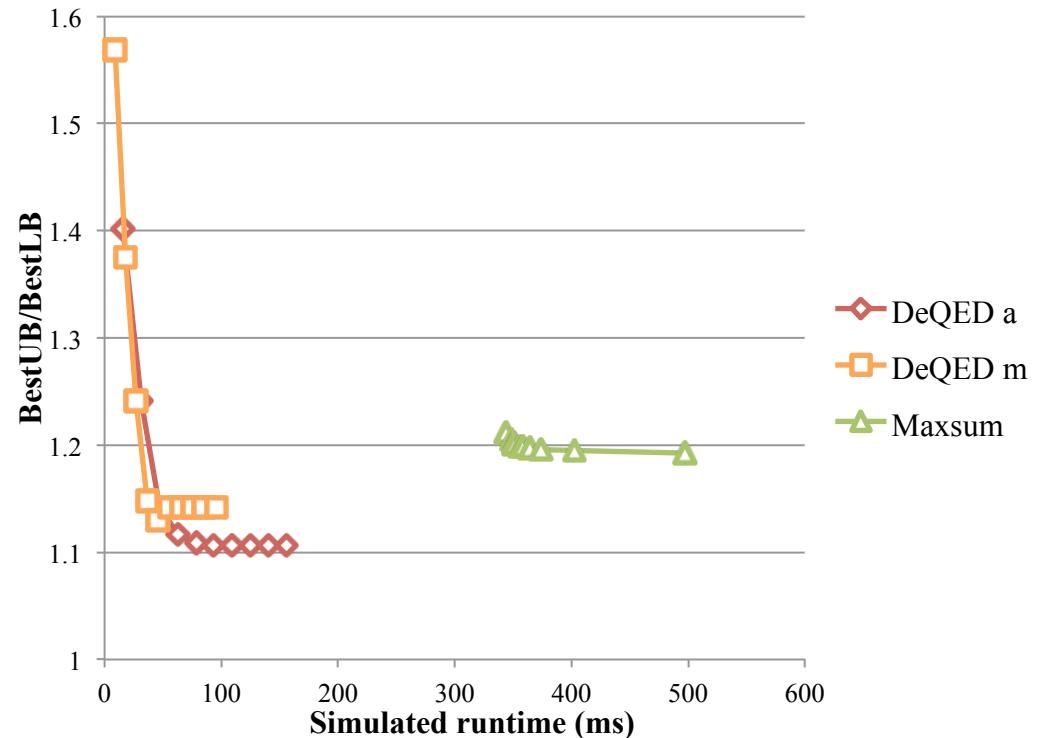
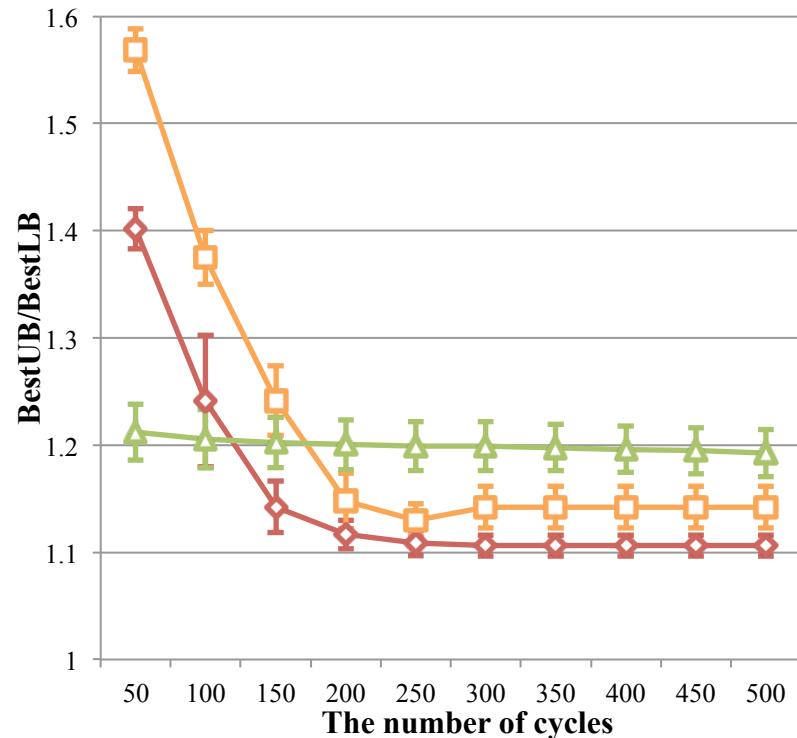
- 変数の数: 1000
- 値域サイズ: 3
- 制約の数: 2497

制約にかかるコスト

- $\{1, 2, \dots, 10^6\}$ からランダムに選択

- サイクル数: {50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500}

スケールフリー ネットワーク(1000変数)の実験結果



全体の問題

- 変数の数: 1000
- 値域サイズ: 3
- 制約の数: 1997

制約にかかるコスト

- {1, 2, ..., 10⁶}からランダムに選択

- サイクル数: {50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500}

まとめ

- 緩和・分解・調整法の概要と分散問題解決への適用例を示した.
- 一般的な特徴：
 - 実行不可能解から最適解へ接近する.
 - 非厳密解法だが、一般に最適値の上界と下界が得られる.
 - 非同期的ではなく局所同期的に動作する.

関連文献

- [1] Daisuke Hatano, Katsutoshi Hirayama: DeQED: an Efficient Divide-and-Coordinate Algorithm for DCOP, *IJCAI-2013*, to appear
- [2] Kenta Hanada, Katsutoshi Hirayama: Distributed Lagrangian Relaxation Protocol for the Over-constrained Generalized Mutual Assignment Problem, *PRIMA-2011*, pp.174-186.
- [3] Katsutoshi Hirayama, Toshihiro Matsui, Makoto Yokoo: Adaptive Price Update in Distributed Lagrangian Relaxation Protocol, *AAMAS-2009*, pp.1033-1040.
- [4] Katsutoshi Hirayama: An α -approximation Protocol for the Generalized Mutual Assignment Problem, *AAAI-2007*, pp.744-749.
- [5] Katsutoshi Hirayama: A New Approach to Distributed Task Assignment using Lagrangian Decomposition and Distributed Constraint Satisfaction, *AAAI-2006*, pp.660-665.