受 験 番 号		氏 名	

令和６年度神戸大学「志」特別選抜
最終選抜（工学部情報知能工学科）

令和５年１１月４日 実施

試験問題「総合問題（情報知能工学）」

全４ページ（表紙を除く）

注意事項：

1. 試験中は、試験監督の指示に従うこと。
   従わない場合は、不正行為と見なすことがあります。
2. 解答開始の合図があるまで、試験問題を開かないこと。
3. 「受験者心得」で持ち込みが認められたもの以外は、机の上に置かず、カバンの中にしまうこと。
   試験時間中に使用を認められていない物品を机の上に置いたり、使用したりした場合は、不正行為とみなすことがあります。
4. 時計のアラーム、時報、目覚まし音の設定をしている人は解除してください。
5. 携帯電話・スマートフォン等の電子機器類を時計として使用することはできません。これらを持っている場合は、アラームの設定を解除し、必ず電源を切ってから、カバンの中にしまうこと。
   アラームの解除の仕方が分からない場合は、監督者に申し出ること。
   試験時間中に、これらを身に着けていた場合は、不正行為と見なすことがあります。
6. カバンなどの持ち物は、椅子の下に置くこと。
7. 机の下の物入れは、使用しないこと。
8. 答案は、黒鉛筆またはシャープペンシルで解答すること。
9. 答案は、別紙の解答用紙に解答すること。（大問ごとに、解答用紙が分かれています。）
10. 試験時間中に質問等がある場合は、手を挙げて試験監督に申し出ること。
11. 試験途中の退室は認めません。
    ただし、トイレに行きたい場合や気分が悪くなった場合は、手を挙げて試験監督に申し出てください。
12. 解答開始の合図の後、まず、問題・解答・下書き用紙全てに、受験番号、氏名を記入すること。
13. 配布した用紙（問題・解答・下書き用紙）は、試験時間終了後にすべて回収します。持ち帰ることはできないので、注意すること。

【問題 1】

次の問 1 から問 3 に答えよ。

問 1. a は実数，n は 0 以上の整数，$\{a_k\}$ は数列とする。関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k (x-a)^k \qquad (\star)$$

のように表されるとき，$f^{(k)}(a),\ 0 \leqq k \leqq n$ を求めよ。ただし $f^{(k)}(x)$ は $f(x)$ の第 k 次導関数を表す。

問 2. 等式 $x + x^5 + x^{10} = \sum_{k=0}^{10} a_k (x-1)^k$ が成り立つとき，a_5 を求めよ。

問 3. $f(x) = e^x$ に対し，式 $(\star)$ を満たす数列 $\{a_k\}$ は存在しない。しかし，$n = \infty$ を許せば，$a = 0,\ a_k = 1/k!,\ k \geqq 0$ としたとき，任意の実数 x に対して

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \qquad (\star\star)$$

が成り立つことが知られ，式 $(\star\star)$ の右辺は e^x の原点を中心とするテイラー展開と呼ばれる。ただし $0! = 1$ および $0^0 = 1$ とする。以下の手順に従い，式 $(\star\star)$ を証明せよ。

(1) 0 でない実数 r と自然数 n に対し，関数 $F(x)$ と $G(x)$ を次のように定める。

$$F(x) = e^r - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{e^x}{k!}(r-x)^k, \quad G(x) = (r-x)^n.$$

このとき，**コーシーの平均値定理**（後述）を利用して，0 と r の間のある数 c が存在し，次の等式が成り立つことを示せ。

$$e^r - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{r^k}{k!} = \frac{e^c}{n!} r^n.$$

(2) 任意の固定された実数 r に対し，

$$\lim_{n\to\infty} \left| e^r - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{r^k}{k!} \right| = 0$$

が成り立つことを示せ。

コーシーの平均値定理：実数 $r_1 < r_2$ に対し，関数 $F(x)$ と $G(x)$ は区間 $[r_1, r_2]$ において連続であり，区間 (r_1, r_2) において微分可能とする。また，$G(r_1) \neq G(r_2)$ であり，$F'(x)$ と $G'(x)$ は同時に 0 にならないとする。このとき，ある数 $c\ (r_1 < c < r_2)$ が存在し，

$$\frac{F(r_2) - F(r_1)}{G(r_2) - G(r_1)} = \frac{F'(c)}{G'(c)}$$

が成り立つ。

【問題 2】

次の問 1 から問 3 に答えよ。

問 1. 図 2-1 に示す 1 巻きコイルを一様な磁界中で特定の運動をさせると，交流電圧を発生させる交流発電機を構成できる。この交流発電機の仕組みを図示するとともに，その原理を簡潔に説明せよ。また，周波数 1000 Hz の交流電圧を発生させるための条件を示せ。

問 2. 2 つの電源から生じた，角周波数 ω_1 および ω_2 を有する正弦波交流電圧が加算された電圧 $V(t)$

$$V(t) = V_1 \sin(\omega_1 t) + V_2 \sin(\omega_2 t)$$

を考える。ただし，$\omega_1 < \omega_2$ とし，V_1，V_2 は振幅であり定数である。$V(t)$ から周波数が ω_2 である成分をなるべく除去し，主に角周波数 ω_1 の電圧を出力する回路について考える。図 2-2 に示す点線の中に，これを実現する回路構成を記入したものを解答用紙に示し，その動作の概要を説明せよ。なお，この回路は抵抗，コイル，コンデンサーのうち必要な素子を組み合わせて構成されるものとし，**重ね合わせの理**（後述）が成立することを前提とする。

問 3. 複数の互いに異なる周波数の正弦波の合成（加算）により生成される波（交流電圧や電磁波，音波等）から特定の周波数の正弦波を取り出す技術の応用事例，あるいは新しい応用について考えつくことを 100 ～ 200 文字程度で述べよ。

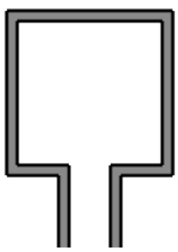


図 2–1: 1 巻きコイル

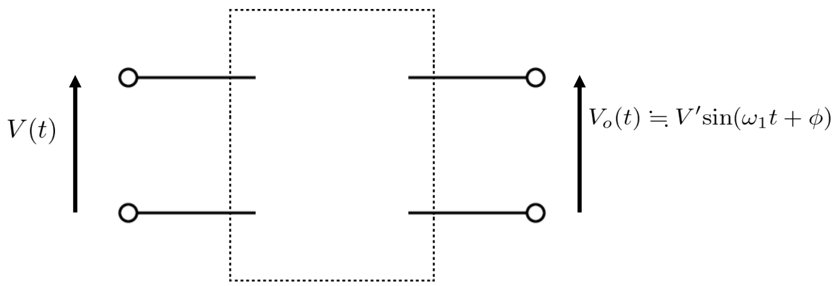


図 2–2: 問 2 における回路

重ね合わせの理：抵抗，コイル，コンデンサーの組み合わせからなる回路が複数個の電源を含む場合，回路各部の電圧 · 電流は，個々の電源が単独に作用したときの電圧 · 電流の総和に等しい。

【問題 3】

次の図 3–1 は，都市を丸で，またその間の道路を線で表した都市・道路マップを表している。丸の中の文字は都市名であり，線に付した数字はその線が表す道路の長さを表している。道路はどちらの向きにも進むことができ，その向きによらず長さは同じであるとする。なお，道路の長さは 0 以上であることに注意する。

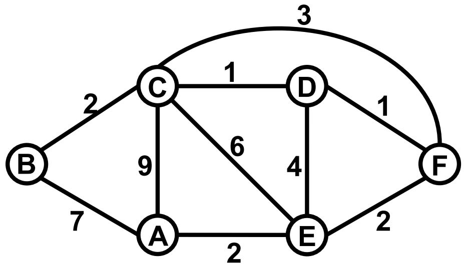


図 3–1: 都市・道路マップ

図 3–1 のような都市・道路マップに対して，ある始点となる都市から他のすべての都市への最短経路を，その長さが短い順に一つずつ求める手続きを考える。

ここで，始点となる都市を**始点都市**，そこからの最短経路が求まった都市を**確定都市**，そうでない都市を**未確定都市**と呼ぶことにする。また，都市が道路で直接繋がっていることを**隣接する**と呼ぶことにする。都市 x と隣接する都市 y との間の道路の長さを $d(x, y)$ で表す。手続きの途中において，始点都市から都市 x に至る今のところ最も短いことがわかっている経路の長さ（経路長：経路上の道路の長さの総和）を $D(x)$，その経路上で都市 x に至る一つ手前の都市を $p(x)$ で表す。また，未確定都市の集合を $\mathcal{N}$ で表す。

手続きの初期状態では，すべての都市が未確定都市であると考え，$\mathcal{N}$ の要素とする。都市 x が始点都市である場合は $D(x) = 0$ とおく。また，始点都市ではない場合は $D(x) = \infty$，$p(x) =$ **未定** とおく。

この初期状態から始め，以下の (1) から (3) を繰り返すことで，各都市までの最短経路を，その長さが短い順に一つずつ決定できる。なお，(1) から (3) まで（手続きが終了する場合は (2) まで）をステップと呼ぶことにする。

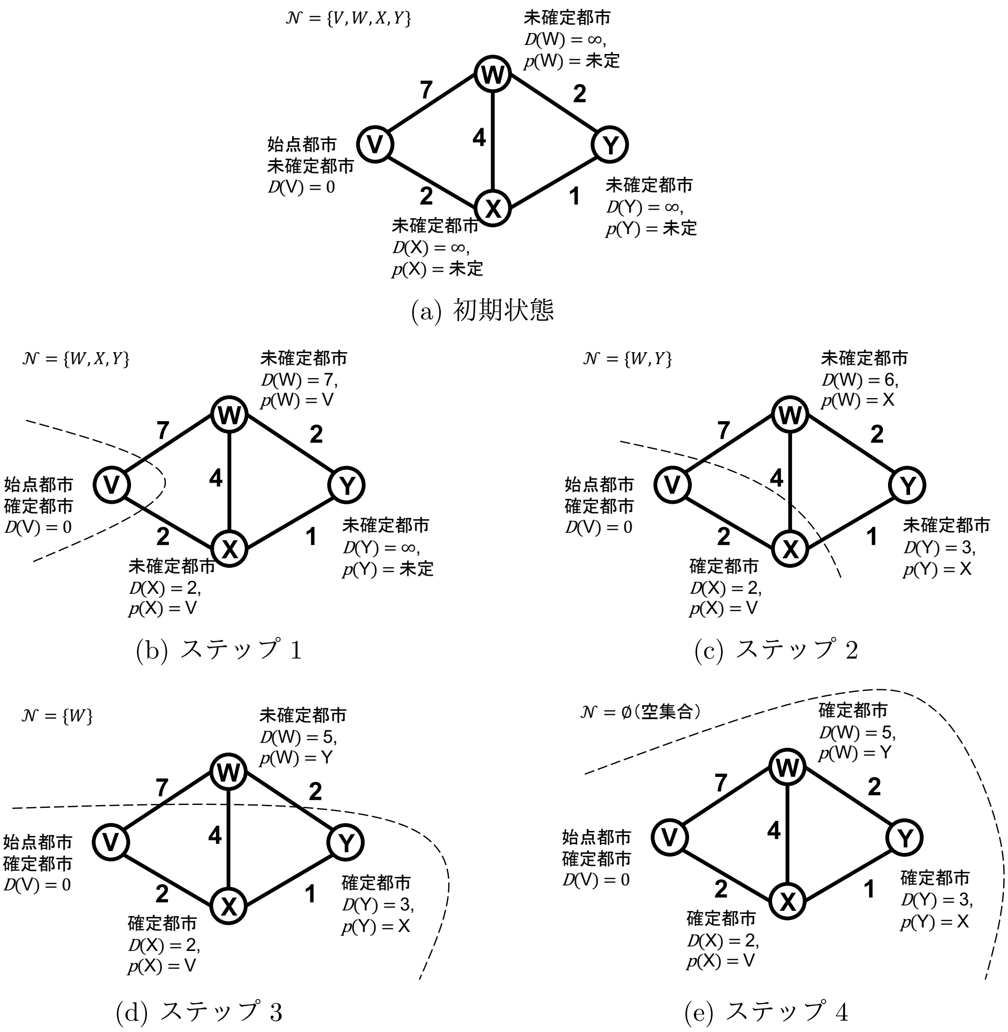
(1) $\mathcal{N}$ の要素のうち，そこに至る経路長が現時点で最も短い都市を w とする。（そのような都市が複数ある場合はそのうちの任意の一つを w とする。）すなわち，$\mathcal{N}$ に属するすべての都市 u に対して $D(w) \leq D(u)$ である。このとき，$D(w)$ は都市 w への最短経路長となる。

(2) 都市 w を確定都市として $\mathcal{N}$ から除く。$\mathcal{N} = \varnothing$（空集合）となった場合は手続きを終了する。

(3) $\mathcal{N}$ に属し，都市 w に隣接する各都市 v に対して，$D(v)$ と $D(w) + d(w, v)$ を比較し，後者の方が小さい場合はこれを新たな $D(v)$ とし， $p(v) = w$ とする。その後 (1) に戻る。

図 3–2 は，4 都市からなる都市・道路マップに対する初期状態と各ステップ終了時の状態を表しており，順に最短経路を確定していくようすを示したものである。手続き終了後，始点都市からある都市 x に至る一つ手前の都市は $p(x)$ である。これを順にさかのぼることで，

都市 x から始点都市に至る最短経路が求まり，逆にこれが始点都市から都市 x に至る最短経路となる。例えば，ステップ 4 終了後の都市 W に着目すると，$p(\mathrm{W}) = \mathrm{Y}$，$p(\mathrm{Y}) = \mathrm{X}$，$p(\mathrm{X}) = \mathrm{V}$ であるから，始点都市 V から W までの最短経路は V $\rightarrow$ X $\rightarrow$ Y $\rightarrow$ W となる。



(a) 初期状態　(b) ステップ 1　(c) ステップ 2　(d) ステップ 3　(e) ステップ 4

図 3–2：最短経路決定手続きの例

次の問 1 から問 3 に答えよ。

問 1. 上述の手続きに従い，図 3–1 において，始点都市を都市 A として，その他のすべての都市までの最短経路とその経路長を求めよ。加えて，図 3–2 にならい，ステップ 3 終了時の状態も示せ。

問 2. 手続きの (1) において波線部が成り立つのはなぜかを説明せよ。

問 3. その他のすべての都市にではなく，始点都市からある一つの都市に至る，できるだけ長さが短い経路を求めたい。ただし，必ずしも最短経路でなくてもよい。図 3–1 に比べて都市が多い大規模な都市・道路マップにおいて，問 1，問 2 で考えた手続きをそのまま適用する場合に想定される問題を述べよ。また，その問題を解決する方法について述べよ。なお，各都市の位置（緯度，経度）も既知であるとしてよい。