

令和4年度 神戸大学「志」特別選抜 最終選抜

演習問題（工学部市民工学科）

演習問題（30分）の内容

ミニ講義の内容をもとに、次の問に答えなさい。

1. 次の2つの問に答えなさい。

(1) 次のような確率密度関数があるとき、確率変数 X が 1 以上 4 以下となる確率、および X の分散を計算しなさい。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & (0 \leq x \leq 3) \\ 0 & (x < 0, \quad 3 < x) \end{cases}$$

(2) (1) の確率変数 X の期待値を μ 、標準偏差を σ としたとき、 X が μ から $|1.2\sigma|$ 以上離れた値をとる確率を直接計算し、チェビシェフの不等式を用いて評価した場合と比較考察しなさい。

2. 確率変数 X の分散の定義式 $V[X] = E[(X - \mu)^2]$ から、 $V[X] = E[X^2] - \mu^2$ が導けることを示しなさい。ただし、 $E[X] = \mu$ は確率変数 X の期待値であり、導出には連続型の確率密度関数 $f(x)$ を用いること (x は X のある取り得る値)。

3. ある駅の周辺には住民が 10000 人居住している。これらの住民は、すべて、1 世帯 5 人の家族単位で居住している（すなわち、駅周辺には 2000 世帯が居住している）。いま、事前に実施したアンケートにより、どの住民も「休日に駅を利用して行楽に出かける確率 p は 0.2」であることが分かっている。また、行楽以外で駅を利用する人はいないことも分かっている。このとき以下の問に答えなさい。なお、確率変数 X が二項分布に従うとき、

$$E[X] = np, \quad V[X] = np(1 - p)$$

が成立することを証明なく使用して構わない。

(1) どの住人も、他の住人（世帯内を含む）の影響を受けることなく、確率 0.2 で休日に行楽に行くと仮定したとき、休日の駅の利用者数の期待値と分散を答えなさい。

(2) 休日に行楽に行くかどうかの意思決定が家族内で統一して行われるとき、休日の駅の利用者数の期待値と分散を答えなさい。計算の際は、「各世帯の代表者 1 名が確率 0.2 で休日に行楽に行くかあるいは確率 0.8 で行かない」と考えて世帯代表者単位で期待値と分散を求め、その後、利用者数の期待値と分散を求めればよい。

(3) この駅の設備計画の立案にあたって、いま、「休日の利用者数が多少多くなっても十分対応できるだけの設備容量を確保したい」という要求が駅長から出ているとしよう。休日に行楽に行くかどうかにあたって、住人の意思決定が世帯内で統一されているか、あるいはそうではなく個々人がバラバラに意思決定しているかを知ることは、設備計画を立案するとき重要な要素となるだろうか。理由とともに答えなさい。