

重力加速度の測定

[実験の目的]

ボルダの振り子の周期を測って、実験室での重力加速度 g の値を測定する。振り子の振幅の大きさによる周期の変化を調べる。また、多数回の計測によって測定精度を向上させる方法を学び、そのデータ整理法を習得する。

[実験の説明]

質量の無視できる長さ l の針金の下端に、大きさの無視できる質量 M のおもりを取り付け、微小振動させた場合の単振り子の周期 T は、質量 M に関係なく

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

と与えられる。(1)式より、重力加速度は

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (2)$$

と表される。これにより、 l と T を測定して、測定地点における g の値を求めることができる。

重さの無視できる細い針金の先に重い球を取り付けた振り子をボルダの振り子という。球の大きさは無視できないため、剛体として扱う必要があり、厳密には単振り子とは異なる(→ [参考])。しかし、球の半径が針金の長さに比べて十分小さい場合は、近似的に単振り子とみなしてもよい。この実験では、ボルダの振り子を単振り子とみなして重力加速度の測定を行う。

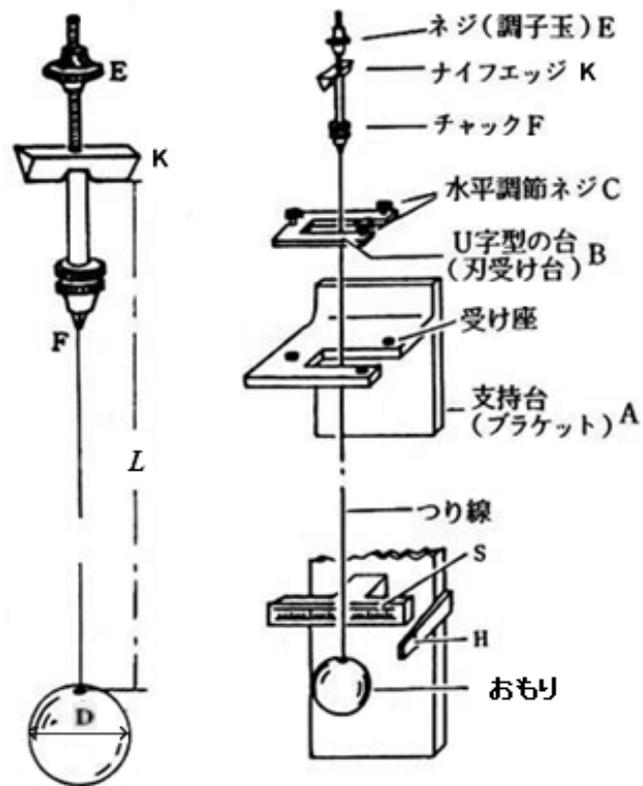


図1. ボルダの振り子

[実験の方法]

I. 装置及び器具

ボルダの振り子の装置一式 (図 1), ストップウォッチ, 巻き尺, ノギス。

II. 測定

実験室に 1 台設置してあるボルダの振り子を振らせてウェブカメラで撮影し, その運動をプロジェクターでスクリーンに映す。その映像を見ながら周期の測定を行う。

正確な重力加速度を求めるためには, おもりと針金はずした吊り金具 (E,K,F) だけを振らせたときの周期が, おもりを付けたときのボルダ振り子の周期にほぼ等しくなるように調整されていなければいけない。この調整を行った吊り金具が用意されている。

1. 振り子の長さ l を求める (教室全体で代表者 1 名が行う。測定後に時間余れば各自行う。)

- 1) ナイフエッジ **K** の先端からおもりまでの針金の長さ L (cm) を巻き尺で測定する。
- 2) 球状のおもりの直径 D (cm) をノギスで測定する。
- 3) 振り子の長さ $l = L + D/2$ を計算する。

2. 周期の測定 (各自がストップウォッチを 1 個持って行う)

振幅が 5 cm と 20 cm の 2 つの場合について周期の測定を行う。

- 1) 周期測定を始める前に, ストップウォッチのボタン操作を理解し, 十分練習しておく。
(下記 3 参照)
- 2) 10 周期に要する時間を 20 回測定する。10 周期分の時間を計測するたびにストップウォッチをゼロに戻し, 20 回の測定が全て独立事象となるようにする。振り子が中央点を右から (または左から) 通り過ぎる瞬間から, 次に振り子が右から (または左から) 通り過ぎる瞬間までを 1 周期とする。時間はストップウォッチに表示されている 1/100 秒まで読み取って記録する。

3. ストップウォッチの操作

1) 操作ボタン (図 2) とその機能

A ボタン(MODE) : モードを切り替える。

「時計機能」→「ストップウォッチ機能」→「アラーム時刻合わせ」→「時計合わせ」の順に機能を切り替える。ここでは「ストップウォッチ機能」を使用する。

B ボタン(RESET) : 経過時間の表示(リアルタイム表示)と一時停止(ホールド表示)を切り替える。C ボタンでストップした後に押すとリセットになる。押しても時間が 0 に戻らない場合はモードを再確認すること。

C ボタン(ST/SP) : 計測のスタートとストップのときに押す。

2) 10 周期に要する時間の記録

次のようなボタン操作を順に行って、10 周期に要する時間を記録する。

- A ボタン ストップウォッチモードを選択
- C ボタン スタート
- C ボタン ストップ (1 回目の記録)
- B ボタン リセット (時間は 0 に戻る)
- C ボタン スタート
- C ボタン ストップ (2 回目の記録)
- B ボタン リセット
- ⋮
- C ボタン ストップ (20 回目の記録)
- B ボタン リセット



図 2. ストップウォッチ

III. 測定データの解析

振幅が 5 cm と 20 cm の 2 つの場合について、それぞれ 20 個の周期データの解析を行う。

1. 「II. 測定」で得たデータが、20 個の 1 回測定値データ T_i である。
2. 次の量を順に計算して、重力加速度の最確値とその誤差を求める。

まず、振り子の長さの測定値とその読み取り誤差を評価する。

- 1) 振り子の長さの測定値 l
- 2) 振り子の長さの誤差 σ_l

次に、周期の最確値(平均値)とその(平均二乗)誤差を求める。

- 3) 周期の最確値 T_m
- 4) 周期の 1 回測定値の誤差 σ
- 5) 周期の最確値の誤差 σ_m

最後に、重力加速度の最確値を計算し、誤差の伝播を考慮してその誤差を求める。

- 6) 重力加速度の最確値
- 7) 重力加速度の誤差

3. 20 個の周期データ T_i のそれぞれに対して、平均値 T_m からの残差 $T_i - T_m$ を計算してグラフにプロットし、測定データのバラツキを見る。他の人の結果と比べてみよ。

4. 実験結果について考察する。

[参考]

I. ボルダの振り子の周期

ボルダの振り子の慣性モーメントを考えて、剛体の運動方程式を立てると、振幅が小さいときの周期は

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[1 + \frac{1}{10} \left(\frac{D}{l} \right)^2 \right]} \quad (3)$$

となる。おもりの半径 $D/2$ が振り子の長さ l に比べて無視できない場合は、(1)式の単振り子の周期より少しだけ長くなる。

II. 振幅による周期の補正

振り子の振幅を a とすると、角振幅 θ は $\theta = a/l$ で与えられる。(1)式の単振り子の周期 T は角振幅 θ が十分小さい場合にのみ適用できる。一般の角振幅に対して振り子の運動方程式を解くと、周期 T は角振幅 θ の無限級数として書くことができる。その結果を θ の2次までとると

$$T' = T \left[1 + \frac{\theta^2}{16} \right] = T \left[1 + \frac{1}{16} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right] \quad (4)$$

となる。この式によって(1)式や(3)式に対する周期の補正が求められる。